LISTA 15

Calcule as integrais dos exercícios 1. a 4.

1. $\displaystyle\int_3^4\int_1^2 \frac{dy\,dx}{(x+y)^2}$

2. $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\int_0^{3\cos\theta} r^2\,\text{sen}^2(\theta)dr d\theta$

3. $\displaystyle\int_1^2\int_0^{x^2} e^{y/x}dy\,dx$

4. $\displaystyle\iint_R \frac{y^2}{x^2+1}\,dy\,dx,$
onde $R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2; 0\le x\le y\le 1\}$

Nos exercícios 5. e 6. para a região R dada decomponha $\displaystyle\iint_R f(x,y)\,dxdy$ nas duas possíveis ordens de integração.

5. R é a região limitada pelas curvas $x^2-y^2=1$ e $3x=2y^2$.

6. R é a região que não contêm a origem e é limitada pelas curvas $y^2-x^2=1$ e $x^2+y^2=9$.

Nos exercícios 7. e 8. inverta a ordem de integração.

7. $\displaystyle\int_0^1\int_{y^2}^{y+2} f(x,y)\;dx\,dy$

8. $\displaystyle\int_0^1\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x,y)\;dx\,dy$

Nos exercícios 9. a 10. calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies de equações dadas.

9. $3x+2y+z=6,\quad x=0,\quad y=0,\quad z=0$

10. $z=\text{sen}\,x\,\text{sen}\,y, z=-2, x=0, x=\pi, y=0, y=\pi$

11. Calcule o volume do sólido limitado pelos planos $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x+y=1$ e pelo cilindro $z=1-y^2$.

12. Use integral dupla para calcular a área das regiões delimitadas pela curvas $|x|=y^2$ e $2|x|=y^2+4$.

Calcule as integrais dos exercícios 13. e 14. pela inversão da ordem de integração.

13. $\displaystyle\int_0^1\int_y^1 e^{-3x^2}\;dx\,dy$

14. $\displaystyle\int_0^4\int_{\sqrt{x}}^2 \text{sen}\,y^3\;dy\,dx$

Use coordenadas polares para calcular as integrais dos exercícos 15. a 18.

15. $\displaystyle\iint_R e^{x^2+y^2}\;dx\,dy,\quad R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2; x^2+y^2\le 1\}$

16. $\displaystyle\iint_R \frac{dx\,dy}{2-x^2-y^2}\;,\quad R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2; x^2+y^2\le 1\}$

17. $\displaystyle\int_0^a\int_y^a \sqrt{a^2-x^2}\;dx\,dy$

18. $\displaystyle\int_{-4}^4\int_{-\sqrt{16-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} e^{-x^2-y^2}\;dy\,dx$

19. Calcule o volume do sólido que não contém a origem e é limitado pelo gráfico de $z = 4 - r^2$, pelo cilindro $r = 1$ e pelo plano $z = 0$.

20. Calcule o volume do sólido interior à esfera $z^2 + r^2 = 16$ e ao cilindro $r = 4\cos\theta$.

21. Calcule a área da região $R = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ \ x^2 + (y-1)^2 \leq 1,\ \ x^2 + y^2 \geq 1\big\}$

22. Calcule o volume da região do espaço no primeiro octante, compreededida entre os cilindros $x^2+y^2 = a^2$ e $x^2 + z^2 = a^2$, a constante positiva.

23. Calcule o volume do elipsóide $x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 4$.

24. Calcule a área da região $R = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ 2 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ y \geq 1\big\}$.

RESPOSTAS DA LISTA 15

1. $\ln\left(\dfrac{25}{24}\right)$
2. $\dfrac{12}{5}$
3. $e^2 - \dfrac{3}{2}$
4. $\dfrac{\pi}{12} - \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6}\ln 2$
5. $\displaystyle\int_0^1 \int_{-\sqrt{3x/2}}^{\sqrt{3x/2}} f(x,y)\ dy\,dx + \int_1^2 \int_{\sqrt{x^2-1}}^{\sqrt{3x/2}} f(x,y)\ dy\,dx + \int_1^2 \int_{-\sqrt{3x/2}}^{-\sqrt{x^2-1}} f(x,y)\ dy\,dx =$
   $\displaystyle= \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \int_{2y^2/3}^{\sqrt{y^2+1}} f(x,y)\ dx\,dy$
6. $\displaystyle\int_{-2}^{2} \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{-\sqrt{x^2+1}} f(x,y)\ dy\,dx + \int_{-2}^{2} \int_{\sqrt{x^2+1}}^{\sqrt{9-x^2}} f(x,y)\ dy\,dx = \int_{-3}^{-\sqrt{5}} \int_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} f(x,y)\ dx\,dy +$
   $\displaystyle\int_{-\sqrt{5}}^{-1} \int_{-\sqrt{y^2-1}}^{\sqrt{y^2-1}} f(x,y)\ dx\,dy + \int_{1}^{\sqrt{5}} \int_{-\sqrt{y^2-1}}^{\sqrt{y^2-1}} f(x,y)\ dx\,dy + \int_{\sqrt{5}}^{3} \int_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} f(x,y)\ dx\,dy$
7. $\displaystyle\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)\ dy\,dx + \int_1^2 \int_0^1 f(x,y)\ dy\,dx + \int_2^3 \int_{x-2}^1 f(x,y)\ dy\,dx$
8. $\displaystyle\int_{-1}^0 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\ dy\,dx + \int_0^1 \int_0^{1-x} f(x,y)\ dy\,dx$
9. 6
10. $2\pi^2 + 4$
11. $\dfrac{5}{12}$
12. $\dfrac{32}{3}$
13. $\dfrac{e^3 - 1}{6e^3}$
14. $\dfrac{1 - \cos(8)}{3}$
15. $\pi(e - 1)$
16. $\pi \ln 2$
17. $\dfrac{a^3}{3}$
18. $\pi\left(1 - e^{-16}\right)$
19. $\dfrac{9\pi}{2}$
20. $\dfrac{128}{3}\left(\pi - \dfrac{4}{3}\right)$
21. $\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
22. $\dfrac{2a^3}{3}$
23. $\dfrac{16\pi}{3}$
24. $\dfrac{5\pi}{6} + 1 - \sqrt{3}$