Universidade Federal Fluminense
EGM - Instituto de Matemática
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 8 - 2011-1

Polinômios

1. Use o método da chave para efetuar a divisão de $p(x)= x^6 - 2x^4 + x^2 - x - 2$ por $d(x) = x^2 + x - 1$.

2. O objetivo desse exercício é escrever $\dfrac{x^2 - x + 1}{x^2(x^2 - 1)}$ como uma soma de frações parciais mais simples. Assim, determine A, B, C, D, tais que $\dfrac{x^2 - x + 1}{x^2(x^2 - 1)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x^2} + \dfrac{C}{x+1} + \dfrac{D}{x-1}$.

3. Determine os valores de a, tais que o resto da divisão de
   (a) $p(x)= x^4 + 4x^3 - a^2x^2 + 3ax - 1$ por $(x - 1)$ seja 0.
   (b) $p(x)= x^3 - |a|x^2 + ax - 1$ por $(x + 1)$ seja -2.

4. Determine a e b, tais que:
   (a) o resto da divisão de $p(x)= x^3 + ax^2 + bx + 1$ por $(x - 1)$ e $(x + 1)$ seja, respectivamente, 2 e 1.
   (b) $p(x)= x^5 - ax^4 + bx^3 + (a + 1)x^2 + (2a + b)x - ab - 2$ possua raiz nula com multiplicidade 2.
   (c) $x = 1$ seja raiz com multiplicidade 2 do polinômio $p(x)= x^4 + ax^3 + (2 + b)x^2 + 2ax + 2b$.

5. Determine o polinômio de grau 3, mônico (o coeficiente do termo de maior grau é 1), tal que 1 e 2 são raízes do polinômio e $p(3) = 30$.

6. Use Briott-Ruffini para checar a fórmula $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + ... + xy^{n-2} + y^{n-1})$.

7. Qual é o grau do polinômio $p(x) = (x - 1)(x - 2)^2(x - 3)^3...(x - 100)^{100}$?

8. Se $p(x) = x^4 - 3x^3 + 5x^2 + mx + n$ é divisível por $x^2 - 3x + 2$, então $m.n$ é igual a ——— .

9. Se $p(-2) = 0$, determine uma raiz de $q(x) = p(x + 2)$ e duas raízes de $g(x) = p(x - x^2)$

10. (a) Mostre que $p(x) = 2x^3 - x + 3$ tem uma raiz irracional(não precisa determinar a raiz).
    (b) Mostre que $\sqrt[n]{a}$ é inteiro ou irracional ,$\forall n, a \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

11. Mostre que $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

    ★Sugestão: Construa um polinômio com coeficientes inteiros que tenha como raiz $\sqrt{2}+\sqrt{3}$. Faça a pesquisa de raízes racionais.

12. (a) Mostre que se dois polinômios de grau 2 tiverem 3 pontos em comum, então eles são iguais.
    (b) Generalize o item (a): mostre que se dois polinômios de grau n tiverem $n + 1$ pontos em comum, então eles são iguais.

13. Verifique se cada afirmativa abaixo é *falsa* ou *verdadeira*. Se *falsa*, dê um contraexemplo, se *verdadeira*, demonstre-a.
    (a) A soma entre dois polinômios de grau 4 pode ter grau 3.
    (b) O quociente entre dois polinômios é sempre um polinômio.
    (c) Se dois polinômios têm as mesmas raízes , então eles são iguais.
    (d) O polinômio $p(x) = (x^2 + 2)^5(x^7 - 3)$ tem grau 17.
    (e) Se $p(x)$tem grau 4 e possui 4 raízes reais x_1, x_2, x_3, x_4, então $p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$

14. Encontre as raízes e fatore os polinômios.
    (a) $p(x) = 6x^3 + 7x^2 - 1$
    (b) $p(x) = 2x^3 + 9x^2 + 15x + 9$
    (c) $p(x) = x^4 + \dfrac{2}{3}x^2 - \dfrac{1}{3}$

15. Dados $p(x) = 6x^3 + 7x^2 - 1$ e $q(x) = 2x^3 + 9x^2 + 15x + 9$ (do ex.14), determine o domínio de:
   (a) $E(x) = \sqrt{p(x)}$
   (b) $E(x) = \dfrac{x - \dfrac{1}{2 - 4\sqrt{x}}}{\sqrt[5]{p(x)}}$.
   (c) $E(x) = \dfrac{1}{\sqrt{p(x)}} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{q(x)}}$.
16. Estude o sinal:
   (a) $E(x) = 4x^4 - 5x^3 - 11x^2 + 11x - 2$
   (b) $E(x) = 6x^5 - 27x^4 + 39x^3 - 21x^2 + 12$
17. Resolva:
   (a) $\dfrac{(x^3 - 2x + 1)(|x| - 1)}{x} \geq \dfrac{(x - 1)(|x| - 1)}{x}$
   (b) $|x^3 + \dfrac{x}{2} + 6| - |\dfrac{x}{2} + 6| - x = 0$
18. Esboce os gráficos de:
   (a) $E(x) = \dfrac{|x^3 - 3x + 2|}{x - 1}$.
   (b) $F(x) = \left|\dfrac{x^3 - 3x + 2}{x - 1}\right|$