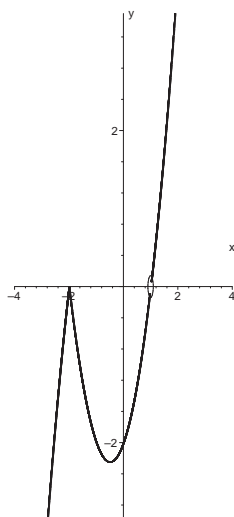


RESPOSTAS DA LISTA 8 (alguns estão com a resolução ou o resumo da resolução):

1.  $p(x) = (x^2 + x - 1)(x^4 - x^3 - x + 2) - 4x$ .
2.  $A = 1, B = -1, C = -3/2, D = 1/2$ .
3. (a)  $a = 4$  ou  $a = -1$ . (b)  $a \leq 0$ .
4. (a)  $a = 1/2$  e  $b = -1/2$  (b)  $\{a = 1$  e  $b = -2\}$  ou  $\{a = -1$  e  $b = 2\}$  (c)  $a = -2, b = 1$  neste caso,  $p(x) = (x - 1)^2(x^2 + 2)$ .
5.  $p(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 12)$
7.  $\text{Gr}(p(x)) = 1 + 2 + 3 + \dots + 100 = 5050$  (Uma PA, com  $r=1$ ).
8.  $m \cdot n = -54$ .
9.  $x = -4$  é uma raiz de  $q(x)$ ;  $x = 2$  e  $x = -1$  são raízes de  $g(x)$ .
10. Como o grau do polinômio é ímpar, então ele possui ao menos uma raiz real. Fazendo a pesquisa de raízes racionais, vemos que nenhum número racional do conjunto de teste  $T = \{\pm 1, \pm 3, \pm 3/2, \pm 1/2\}$  é raiz de  $p(x)$ .
11. Seja  $x = \sqrt{2} + \sqrt{3} \implies x^2 = 5 + 2\sqrt{6} \implies \left(\frac{x^2 - 5}{2}\right)^2 = 6 \implies x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ . Assim, considere o polinômio  $p(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ . Por construção  $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  é raiz de  $p(x)$ . Como as únicas raízes racionais possíveis para esse polinômio são  $\pm 1$ , que na verdade nem são raízes, segue que  $p(x)$  não possui raiz racional, donde  $x = \sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ .
12. (a) Sejam  $p(x)$  e  $q(x)$  polinômio que coincidem em  $x_1, x_2, x_3$ . Então, o polinômio  $g(x) = p(x) - q(x)$  possui grau no máximo 2 e três raízes, pelo Teorema Fundamental da Álgebra segue que  $g(x) \equiv 0$ . Portanto  $p(x) = q(x), \forall x \in \mathbb{R}$ .  
(b) Análoga à demonstração de (a).
13. (a) V - Tome  $p(x) = x^4 + x^3 + 1$  e  $q(x) = -x^4$ .  
(b) F - Tome o contra-exemplo  $p(x) = 1$  e  $q(x) = x, \frac{p(x)}{q(x)}$  não é polinômio.  
(c) F - Tome o contra-exemplo  $p(x) = 2x(x - 1)$  e  $q(x) = x(x - 1)$   
(d) V - O primeiro fator tem grau 10 e o segundo grau 7. Quando multiplicamos o grau resultante é 17.  
(e) F - Qualquer  $p(x) = c(x - x_1) \dots (x - x_4)$  tem grau 4 e tem  $x_1, x_2, x_3, x_4$  como raízes reais.
14. (a)  $p(x) = (x + 1)(2x + 1)(3x - 1)$ .  
(b)  $p(x) = (2x + 3)(x + 3 + \sqrt{3})(x + 3 - \sqrt{3})$ .  
(c)  $p(x) = (x^2 + 1) \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \left(x + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .
15. (a)  $D = [-1, -1/2] \cup [1/3, +\infty)$ , pois  $p(x) \geq 0$   
(b)  $D = \{x \geq 0; x \neq -1, -1/2, 1/3, 1/4\}$ , pois  $x \geq 0, p(x) \neq 0$  e  $2 - 4\sqrt{x} \neq 0$   
(c)  $D = (-1, -1/2) \cup (1/3, +\infty)$ , pois  $p(x) > 0$ , e  $q(x) \neq 0$ .
16. (a)  $E(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}) \cup (1/4, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}) \cup (2, +\infty)$ ;  $E(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}, 1/4) \cup (\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, 2)$ ;  
 $E(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1/4$  ou  $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  ou  $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$   
(b)  $E(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1/2, 2) \cup (2, +\infty)$ ;  $E(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1/2)$ ;  $E(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1/2$  ou  $x = 2$ .  
Nesse caso,  $E(x) = 6(x - 2)^2(x + 1/2)(x^2 - x + 1)$ .
17. (a)  $S = (-\infty, -2] \cup [-1, 0) \cup [1, +\infty)$  (b)  $S = \{0, \pm 1, -2\}$ .

18. (a)



(b)

