1. Determine a distância do ponto $P = (2, -1, 2)$ a cada um dos planos:
   (a) $\pi : 2x - 2y - z + 3 = 0$.
   (b) $\pi : x + y + z = 0$.
   (c) $\pi : 2x + y = 3$.
2. Escreva as equações dos planos paralelos ao plano $\pi : 3x - 2y - 6z - 5 = 0$ que distam 5 unidades da origem.
3. Determine a distância da reta $r : \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$:
   (a) ao plano π_{xz}.
   (b) ao plano π_{yz}.
   (c) ao plano $\pi : x + y - 12 = 0$.
4. Calcule a distância entre os planos paralelos:
   (a) $\pi_1 : 2x + 2y + 2z - 5 = 0$ e $\pi_2 : x + y + z - 3 = 0$.
   (b) $\pi_1 : x - 2z + 1 = 0$ e $\pi_2 : 3x - 6z - 8 = 0$.
5. Calcule a distância entre o ponto $P = (2, 5, -1)$ e a reta r que passa por $P_0 = (1, -1, 2)$ e é paralela ao vetor $v = (1, 0, 1)$.
6. Seja r a reta que passa pelos $A = (1, 0, 1)$ e $B = (0, 1, 1)$. Calcule a distância do ponto $C = (2, 1, 2)$ à reta r.
7. Seja π o plano que passa pela origem e é perpendicular à reta que une os pontos $A = (1, 0, 0)$ e $B = (0, 1, 0)$. Encontre a distância do ponto $C = (0, 0, 1)$ ao plano π.
8. Um plano é paralelo ao plano $2x + 2y + z = 1$ e o ponto $(2, 2, 2)$ é equidistante de ambos os planos. Determine a equação deste plano.
9. Mostre que a reta $r : \dfrac{x+2}{6} = \dfrac{3y+1}{-6} = \dfrac{1-z}{3}$ e o plano $\pi : 2x - 3y + 6z + 3 = 0$ são paralelos e calcule a distância entre eles.
10. Calcule:
    (a) a distância do ponto $P = (5, 4, -7)$ à reta $r : \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases};$
    (b) a distância do ponto $P = (2, 3, 5)$ a cada um dos eixos do sistema de coordenadas.
11. Verifique que qualquer ponto da reta $r : \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ é equidistante de $A = (1, 2, 1), B = (1, 4, 3)$ e $C = (3, 2, 1)$.
12. Determine a distância da reta r ao plano π nos seguintes casos:
    (a) $r : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $\pi : x - y - 2z + 4 = 0$.
    (b) $r : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $\pi : x + y - 3z + 12 = 0$.
13. Mostre que o plano $\pi_1 : x + 2y - 2z = -1$ e $\pi_2 : 2x + 4y - 4z + 4 = 0$ são paralelos e calcule $d(\pi_1, \pi_2)$.
14. Calcule a distância do ponto $P = (1, 0, 1)$ à reta $r : (t, 2t, 3), t \in \mathbb{R}$.

15. Calcule a distância da reta $(1+t, -t, 1-t), t \in \mathbb{R}$ ao plano $\pi : x + 2y - z = -7$.

16. Considere a reta r que passa por $(1, 0, 1)$ e por $(0, 1, 1)$. Calcule a distância do ponto $P = (2, 1, 2)$ à reta r.

17. Encontre o ponto P do plano definido por $\pi : x + 2y + 3z = 6$ mais próximo ao ponto $(1, 3, 0)$. Ache a distância entre o ponto e o plano.

18. Determine se as retas abaixo são paralelas ou coincidentes e calcule a distância entre elas:

(a) $r : \begin{cases} x &= t \\ y &= t+1 \\ z &= 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $s : \begin{cases} x &= -t \\ y &= -t+2 \\ z &= -2t+1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

(b) $r : \begin{cases} x &= 2t \\ y &= t+1 \\ z &= -t+2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $s : \begin{cases} x &= 4t+4 \\ y &= 2t+3 \\ z &= -2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

(c) $r : \begin{cases} x &= 3t+1 \\ y &= t+1 \\ z &= -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $s : \begin{cases} x &= 6t-8 \\ y &= 2t+4 \\ z &= -2t+3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

19. Verifique se as retas abaixo são paralelas, se interceptam em um ponto ou são reversas, e calcule $d(r_1, r_2)$.

(a) $r_1 : \dfrac{x-2}{-1} = 2 - y = \dfrac{z-1}{2}$ e $r_2 : \begin{cases} x &= -2t \\ y &= -2t \\ z &= 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

(b) $r_1 : \begin{cases} x &= t+1 \\ y &= t+2 \\ z &= 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $r_2 : \begin{cases} x &= -t \\ y &= 2t \\ z &= t+1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

(c) $r_1 : x = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{3}$ e $r_2 : \begin{cases} x &= 2t \\ y &= t+1 \\ z &= -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

(d) $r_1 : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{2y-2}{2} = \dfrac{z}{3}$ e $r_2 : \begin{cases} x &= t \\ y &= 2 \\ z &= 2t+1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

20. Encontre a distância entre as retas:

(a) $r_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{2}$ e $r_2 : x + 2 = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{3}$.

(b) $r_1 : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $r_2 : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$.

21. Mostre que as retas $r_1 : \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - 4y + 2z + 12 = 0 \end{cases}$ e $r_2 : \dfrac{x+7}{2} = \dfrac{3y+4}{-3} = \dfrac{9-z}{3}$ são paralelas e calcule a distância entre elas.

22. Determine a menor distância entre as retas

$$r_1 : \begin{cases} 2x - y + z + 3 = 0 \\ x + y + 2z + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ 3x - z - 7 = 0 \end{cases}.$$

23. Calcule a distância entre as retas r e s nos seguintes casos:

(a) $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases}$ e $s : \begin{cases} y = 3 \\ z = 2x \end{cases}$.

(b) r passa pelos pontos $A = (1, 0, 1)$ e $B = (-1, -1, 0)$ e s pelos pontos $C = (0, 1, -2)$ e $D = (1, 1, 1)$.

(c) $r : \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$.

(d) $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -t \end{cases}$ e s é o eixo OX.

(e) $r : x = y = z - 2$ e $s : \begin{cases} y = x + 1 \\ z = x - 3 \end{cases}$.

Respostas:

1. (a) $7/3$
   (b) 1
   (c) 0, logo $P \in \pi$
2. $3x - 2y - 6z = \pm 35$
3. (a) $d(r, \pi_{xz}) = 4$
   (b) $d(r, \pi_{yz}) = 3$
   (c) $d(r, \pi) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$
4. (a) $d(\pi_1, \pi_2) = \frac{\sqrt{3}}{6}$
   (b) $d(\pi_1, \pi_2) = \frac{11}{3\sqrt{5}}$
5. $d(P, r) = 2\sqrt{11}$
6. $d(C, r) = \sqrt{3}$
7. $d(C, \pi) = 0$
8. $\pi : 2x + 2y + z = 19$
9. r e π são paralelos, já que o ângulo entre um vetor paralelo a r e o vetor normal a π é de 90^o. Além disso, $d(r, \pi) = 6/7$
10. (a) $d(P, r) = \frac{\sqrt{47034}}{27}$
    (b) $d(P, eixo - x) = \sqrt{34}, d(P, eixo - y) = \sqrt{29}, d(P, eixo - z) = \sqrt{13}$
11. Basta calcular todas as distâncias e compará-las
12. (a) $d(r, \pi) = \frac{3\sqrt{6}}{2}$
    (b) $d(r, \pi) = \frac{19\sqrt{11}}{11}$
13. $\pi_1 \parallel \pi_2$ pois $N_1 = (1, 2, -1) = \frac{1}{2}N_2 = \frac{1}{2}(2, 4, -4)$ e $d(\pi_1, \pi_2) = \frac{1}{3}$
14. $d(P, r) = \frac{2\sqrt{30}}{5}$
15. $d(r, \pi) = \frac{7\sqrt{6}}{6}$
16. $d(P, r) = \sqrt{3}$
17. $P = \left(\frac{13}{14}, \frac{20}{7}, \frac{-3}{14}\right)$ e $d(P, \pi) = \frac{\sqrt{14}}{14}$
18. (a) r e s são paralelas e $d(r, s) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
    (b) r e s são coincidentes e $d(r, s) = 0$
    (c) r e s são paralelas $d(r, s) = \frac{6\sqrt{110}}{11}$
19. (a) r_1 e r_2 são paralelas e $d(r_1, r_2) = \frac{5\sqrt{3}}{3}$
    (b) r_1 e r_2 são reversas e $d(r_1, r_2) = \frac{2\sqrt{11}}{11}$
    (c) r_1 e r_2 são concorrentes no ponto $(0, 1, 0)$ e $d(r_1, r_2) = 0$
    (d) r_1 e r_2 são reversas e $d(r_1, r_2) = \sqrt{6}$
20. (a) $d(r_1, r_2) = \frac{5\sqrt{6}}{6}$
    (b) $d(r_1, r_2) = \frac{5\sqrt{11}}{11}$
21. $d(r_1, r_2) = \frac{3\sqrt{35}}{7}$
22. $d(r_1, r_2) = \frac{5\sqrt{26}}{26}$
23. (a) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
    (b) $\frac{\sqrt{35}}{7}$
    (c) $2\sqrt{2}$
    (d) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
    (e) $\frac{\sqrt{186}}{3}$