

Geometria Básica

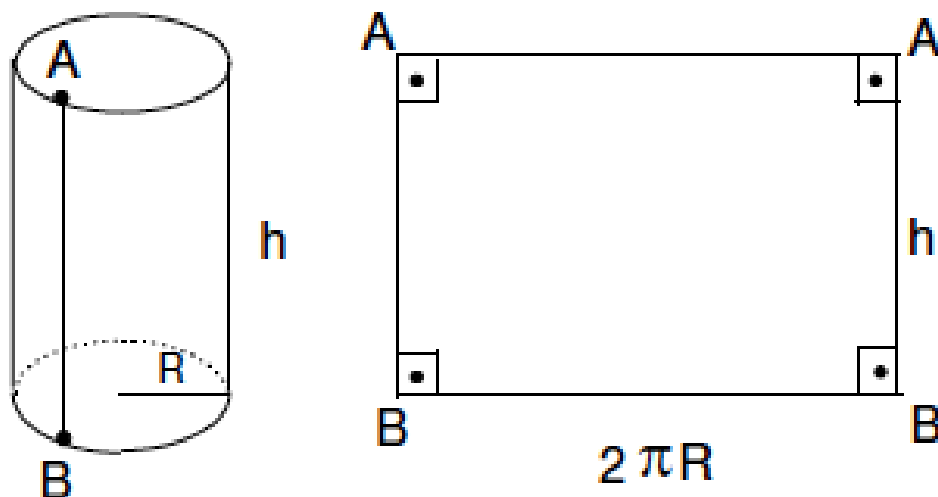
Aula 5: Áreas de superfícies

Lhaylla Crissaff
Departamento de Geometria
Universidade Federal Fluminense

Área do Cilindro

A superfície de um cilindro é composta de suas bases e de uma superfície lateral. Como já sabemos calcular a área de um círculo, nos concentraremos, agora, na tarefa de determinar a área lateral de um cilindro (área da superfície lateral).

Dado um cilindro reto de raio R e altura h , podemos cortar sua superfície lateral ao longo de uma geratriz e desenrolá-lo até obtermos um retângulo de lados medido $2\pi R$ e h .



Área do Cilindro

Esse procedimento, chamado planificação, não altera a área lateral do cilindro e, como sabemos calcular a área de um retângulo, podemos determinar facilmente seu valor:

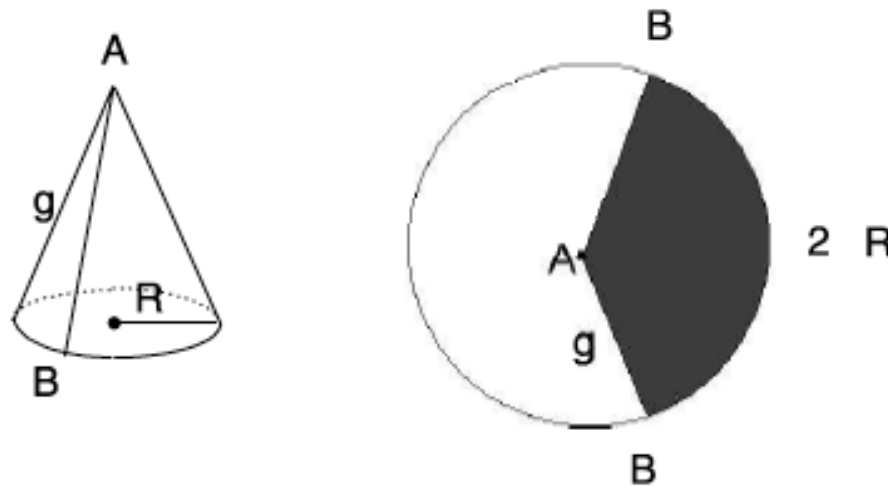
$$\text{Área lateral do cilindro} = \text{Área do retângulo} = 2\pi Rh.$$

Portanto,

A área lateral do cilindro é dada pelo produto da altura pelo comprimento do círculo da base.

Área do Cone

A superfície de um cone é composta de sua base e de sua superfície lateral. Considere um cone reto com raio de base medindo R . Lembramos que, em um cone reto, todas as geratrizes têm o mesmo comprimento. Chamemos de g a medida de suas geratrizes. Para determinar sua área lateral (área da superfície lateral), fazemos, como no caso do cilindro, uma planificação: cortamos o cone ao longo de uma geratriz e o desenrolamos até transformá-lo em um setor de um círculo de raio g que subtende um arco de comprimento igual a $2\pi R$.



Área do Cone

A área lateral do cone é igual à área do setor circular obtido que, por sua vez, é proporcional ao comprimento de arco subentendido:

$$\frac{\text{Área(setor)}}{\pi g^2} = \frac{2\pi R}{2\pi g}.$$

Logo,

$$\text{Área(lateral do cone)} = \text{Área(setor)} = \pi Rg = \frac{1}{2}g(2\pi R).$$

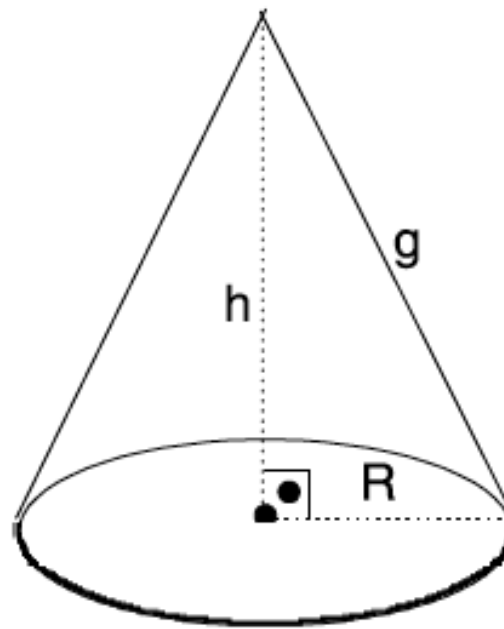
portanto,

A área lateral do cone é a metade do produto da geratriz pelo comprimento do círculo da base.

Área do Cone

Lembramos que a altura, a geratriz e o raio da base de um cone reto estão relacionados pela fórmula:

$$g = \sqrt{h^2 + R^2}.$$



Área da Esfera

Vamos trabalhar com uma ideia intuitiva. Considere uma superfície limitada de área A e sobre ela formamos um sólido de altura h de bases paralelas. Seja V o volume deste sólido de base A e altura h .

Neste caso, intuitivamente, sabemos que:

$$V = Ah \implies A = \frac{V}{h}.$$

Essa igualdade é verificada para qualquer valor de h .

Podemos, intuitivamente, dizer que uma superfície é um "objeto sólido" de "espessura infinitamente pequena". Por isso, se um "objeto sólido" de volume V_p e espessura h for tal que a expressão:

Área da Esfera

$\frac{V_{obj}}{h}$ tem sentido (é definida) para $h = 0$, então

$\frac{V_{obj}}{h}$ será definida com a área da placa.

Essa idéia intuitiva pode nos ajudar a encontrar a área da esfera facilmente. Vejamos:

$$\begin{aligned} V_{obj} &= \frac{4}{3}\pi(r+h)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 \\ V_{obj} &= \frac{4}{3}\pi[(r+h)^3 - r^3] \\ V_{obj} &= \frac{4}{3}\pi[3r^2h + 3rh^2 + h^3] \end{aligned}$$

Então,

$$\frac{V_{obj}}{h} = \frac{4}{3}\pi[3r^2 + 3rh + h^2],$$

e se $h = 0$,

$$\frac{V_{obj}}{h} = \frac{4}{3}\pi[3r^2 + 3r \cdot 0 + 0^2] \iff A = 4\pi r^2.$$

Próxima aula

Inscrição e Circunscrição de Sólidos?