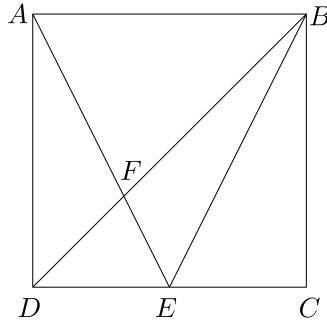


### 1ª questão:

Na figura,  $ABCD$  é retângulo,  $E$  é o ponto médio do lado  $CD$  e o triângulo  $ABE$  é equilátero. Se  $m(CD) = 12$ , calcule  $m(EF)$ , onde  $F$  é o ponto de interseção da diagonal  $BD$  com  $AE$ .



Solução:

Os triângulos  $ABF$  e  $EDF$  são semelhantes (justificar com detalhes!), logo, se  $m(EF) = x$ , então

$$\frac{12 - x}{12} = \frac{x}{6} \Leftrightarrow x = 4.$$

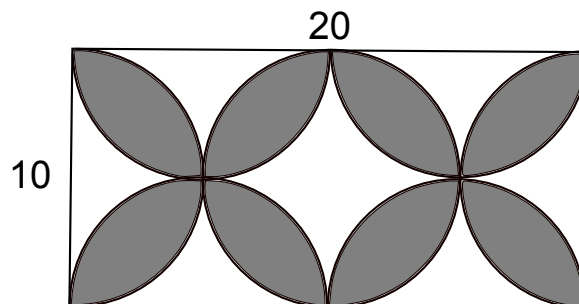
Portanto,  $m(EF) = 4$ .

---

### 2ª questão:

Calcule a área da região pintada de cinza contida no retângulo de base 20 e altura 10 da figura abaixo.

OBS.: Os arcos da figura têm centros nos vértices do retângulo ou no ponto médio de sua base, e raio medindo metade da altura do retângulo.



Solução:

A parte hachurada da figura representa a área de 16 setores circulares de raio 5 e  $90^\circ$ . Como a área de um setor é

$$r^2 \left( \frac{\alpha\pi}{360^\circ} - \frac{\text{sen } \alpha}{2} \right) = 5^2 \left( \frac{90^\circ\pi}{360^\circ} - \frac{\text{sen } 90^\circ}{2} \right) = 25 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) = 25 \left( \frac{\pi - 2}{4} \right).$$

Portanto, a área total é  $16 \cdot 25 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) = 100(\pi - 2)$ .

---

### 3ª questão:

Determine a área total de um paralelepípedo retangular, sabendo que sua diagonal mede  $25\sqrt{2}\text{cm}$  e que a soma de suas dimensões vale  $60\text{cm}$ .

Solução:

Sejam  $a, b$  e  $c$  as dimensões do paralelepípedo retangular. Neste caso,  $a + b + c = 60$  e  $a^2 + b^2 + c^2 = 1250$ .

Como a área total procurada é dada por  $2ab + 2bc + 2ac$  e  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$ , então

$$60^2 = 1250 + \text{Area total} \iff \text{Area total} = 2350 \text{ cm}^2.$$

---

### 4ª questão:

Um poliedro convexo com 28 arestas possui apenas faces triangulares e heptagonais. Quantas faces de cada tipo tem esse poliedro se a soma dos ângulos das faces é  $5760^\circ$ ?

Solução:

$$180F_3 + 900F_7 = 5760 \iff F_3 = 23 - 5F_7 \text{ e } A = \frac{3F_3 + 7F_7}{2} = 28. \text{ Logo, } F_3 = 7 \text{ e } F_7 = 5.$$

---

### 5ª questão:

Determine o volume e a área de uma esfera, sabendo que a área da seção plana determinada por um plano que dista  $4\text{cm}$  do centro da esfera é de  $9\pi\text{cm}^2$ .

Solução:

Seja  $R$  o raio da esfera e  $r$  o raio do círculo que é a seção plana do problema.

Se a área da seção é  $9\pi$ , então o raio do círculo da seção é  $r = 3$ . Logo, pelo teorema de Pitágoras,

$$R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

Sendo assim, o volume da esfera é  $\frac{4}{3}\pi 5^3$  e a área da esfera é  $4\pi 5^2$ .