
História da Geometria

Educação Matemática -
Geometria
Lhaylla Crissaff
2019.1

Significado

- A palavra Geometria vem do grego *Geometrein*. *Geo* significa *terra* e *metron* significa *para medir*.
- Geometria era originalmente a ciência para medir a terra.
- As primeiras ideias geométricas surgiram da necessidade de o homem resolver problemas como construção de casas, delimitação de terrenos e plantações, entre outros.

Origem da Matemática

"A Idade da Pedra durou vários milhares de anos, começando talvez já em 5 milhões a.C. e indo até por volta de 3000 a.C. Num mundo de vastas pastagens e savanas onde abundavam os animais selvagens e as pessoas eram principalmente caçadores e colhedores. Suas vidas eram agrestes e difíceis, de maneira que elas viviam demasiado ocupadas e em permanente agitação para poderem desenvolver tradições científicas. Depois de 3000 a.C. emergem comunidades agrícolas densamente povoadas ao longo do rio Nilo na África, dos rios Tigre e Eufrates no Oriente Médio e ao longo do rio Amarelo na China. Essas comunidades criaram culturas nas quais a ciência e a matemática começam a se desenvolver." Introdução à História da Matemática – Howard Eves

Mapa da Babilônia



Babilônia

- Por volta de 2000 a.C.
- Os babilônios usavam tábulas de argila cozida para registrar seus conhecimentos.
- Já foram desenterradas mais de 50.000 tábulas que estão nos museus de Paris, Berlim e Londres, e também nas Universidades de Yale, Columbia e Pensilvânia. A escrita é cuneiforme.
- Já foram identificadas quase 400 tábulas como estritamente matemáticas.

Babilônia

- Tábula com a raiz quadrada de 2
- Tábula YBC-7289 que pertence à Yale University.
- A diagonal mostra uma aproximação da raiz quadrada de 2 com seis casas decimais:
 $1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1.41421296\dots$



Babilônia

- Conhecimentos do babilônios de 2000 a.C até 1600 a.C. aproximadamente:
 - área do retângulo, do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (talvez um triângulo genérico), de um trapézio retângulo;
 - volume de um paralelepípedo reto-retângulo e de um prisma reto de base trapezoidal;
 - consideravam o comprimento do círculo como o triplo do seu diâmetro e sua área como um duodécimo da área do quadrado de lado igual ao comprimento da circunferência (Exercício 1);

Babilônia

- volume de um cilindro circular reto como produto da área da base pela altura;
- volume do tronco de uma pirâmide quadrangular regular era calculado de maneira errada como o produto da altura pela semissoma das bases;
- eles sabiam que triângulos retângulos semelhantes possuem lados correspondentes proporcionais;
- eles sabiam que a altura (não usavam este termo) de um triângulo isósceles divide a base em duas partes iguais;

Babilônia

- conheciam o Teorema de Pitágoras (filósofo e matemático grego, que viveu entre 570 a.C. e 500 a.C. aproximadamente);
- em uma tábula descoberta mais recentemente, já podemos encontrar $3 \frac{1}{8}$ como estimativa para π .
- Nenhuma informação sobre demonstração, apenas problemas do tipo “Faça assim e assim”, com algumas exceções.
- **Álgebra:** equações quadráticas, cúbicas e biquadradas eram resolvidas; aproximações de raízes quadradas; regras de sinais de multiplicação...

Egito

- Por volta de 2000 a.C.
- Região localizada às margens do Rio Nilo.
- Os egípcios usavam pedras e papiros (precursor do papel) para registrar seus conhecimentos.
- A Matemática do Egito nunca alcançou o nível obtido pela matemática babilônica.

Egito - Papiro Rhind

- 33 cm de altura por 5 m de comprimento.
- Escrito pelo escriba Ahmés em torno de 1650 a.C.
- Atualmente está no British Museum na Inglaterra.



Egito - Papiro Rhind

- 84 (ou 85) problemas matemáticos: frações, resolvia equações simples, progressões, medição de áreas de triângulos, cálculo de volumes e etc.
- Pelos cálculos obtidos no Papiro Rhind sabemos que os egípcios dispunham de técnicas inteligentes para decompor frações unitárias.
- No Papiro Rhind encontra-se uma tabela de decomposição dos números $2/5, 2/6, \dots, 2/101$.
- $2/95 = 1/60 + 1/380 + 1/570$.

Egito - Papiro de Moscou

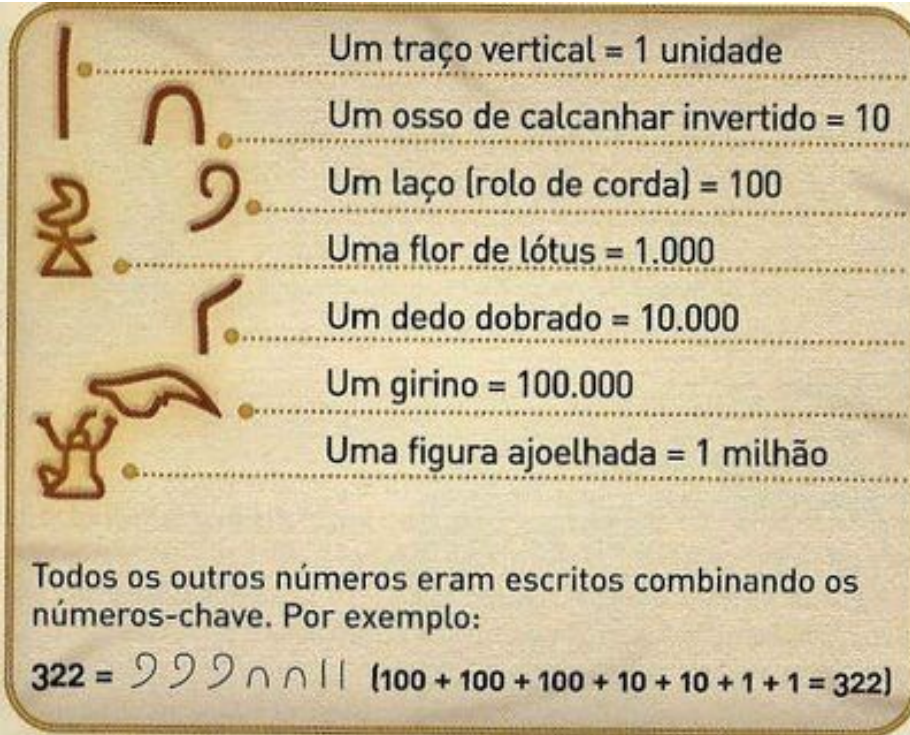
- 8 cm de largura por 5 m de comprimento.
- Escrito por um escriba desconhecido em torno de 1850 a.C.
- Atualmente está no Museu de Belas Artes de Moscou.
- 25 problemas matemáticos: área do triângulo e do retângulo, área de uma superfície curva, volume de uma pirâmide truncada, equações lineares, ...



Egito

- Os egípcios utilizavam um sistema de numeração não-posicional.
- O sistema de numeração era feito por meio de hieróglifos.
- Representar números grandes era uma tarefa muito trabalhosa, devido à repetição de símbolos.
- A principal operação matemática era soma, da qual derivavam todas as outras operações com números inteiros.

Egito



Um traço vertical = 1 unidade

Um osso de calcânhar invertido = 10

Um laço (rolo de corda) = 100

Uma flor de lótus = 1.000

Um dedo dobrado = 10.000

Um girino = 100.000

Uma figura ajoelhada = 1 milhão

Todos os outros números eram escritos combinando os números-chave. Por exemplo:

$322 = \text{girino girino girino osso osso osso} \text{ (} 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 = 322 \text{)}$

Egito

- Devido às cheias do rio Nilo, era necessário medir o terreno periodicamente para calcular a porção do terreno perdido para os vizinhos.
- Apesar da precisão das medidas, dificilmente a área do terreno depois da cheia cabia um número inteiro de vezes na área do terreno antes das cheias e aí foram criados os números fracionários.



Egito - Calendário Solar

- Os egípcios foram os primeiros a utilizar um calendário baseado no sol.
- Criado em 3000 a.C.
- Foi motivada pela falta de parâmetros precisos na previsão das épocas de plantio.
- Cada ano começava com a enchente anual do Nilo.
- Possuía 365 dias divididos em 12 meses de 30 dias e mais 5 dias para comemorar o aniversário dos deuses Osíris, Hórus, Ísis, Neftis e Set.



Egito - Pirâmides



Egito - Pirâmides

- Pirâmides eram templos que os faraós mandavam construir para lhes servir de túmulo.
- As maiores pirâmides do Egito são Quéóps, Quéfren e Miquerinos, que são conhecidas como “as pirâmides de Gizé”, pois ficam próximas a cidade de Gizé.
- Quéóps é a maior, possuindo 147 metros de altura e tendo por base um quadrado de 234 metros de lado.

Egito - Pirâmides

- 100 mil operários levaram 30 anos para colocar no lugar os 2 milhões e meio de blocos de pedra usados na construção de Queóps.



Grécia

- Os maiores cientistas do mundo antigo viveram na Grécia, uma miscelânea de ilhas rochosas e penínsulas no extremo leste do mar Mediterrâneo.

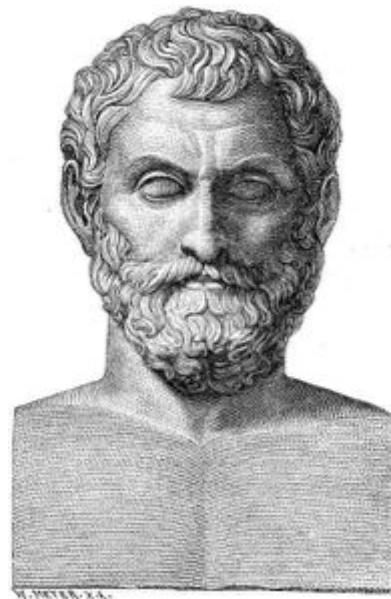


Grécia

- Poucas fontes de informação dos primeiros passos da matemática grega.
- O filósofo grego Proclo nasceu no século V d.C., mas escreveu um resumo do desenvolvimento da geometria grega desde seus primeiros tempos até Euclides, chamado *Sumário Eudemiano*.
- O homem começou a indagar *como* e *por quê*. Os processos empíricos do Oriente Antigo, suficientes para responder questões na forma de *como*, não mais bastavam para as indagações mais científicas na forma de *por quê*.

Grécia - Tales

- Matemática dedutiva.
- Começou com Tales de Mileto (640 a.C. – 564 a.C.).
- Tales era um mercador que ficou rico e pode dedicar parte da sua vida ao estudo e algumas viagens.
- Viveu um tempo no Egito e calculou a altura de uma pirâmide por meio da sombra.

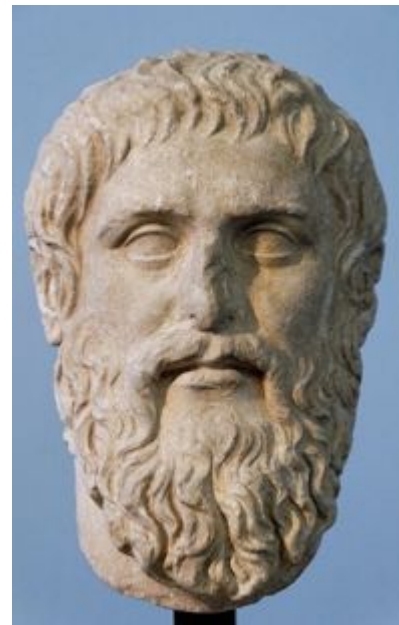


Grécia - Tales

- Alguns resultados de Tales:
 - qualquer diâmetro efetua a bissecção do círculo em que é traçado;
 - os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais;
 - ângulos opostos pelo vértice são iguais;
 - se dois triângulos têm dois ângulos e um lado em cada um deles respectivamente iguais, então esses triângulos são iguais.
 - um ângulo inscrito num semicírculo é reto.

Grécia - Platão

- Platão nasceu em Atenas em 427 a.C. e morreu 347 a.C.
- Estudou Filosofia com Sócrates e saiu pelo mundo à procura do saber.
- Estudou Matemática com Teodoro de Cirene na África.
- Fundou em Atenas sua Academia, uma instituição com propósitos de investigação científica e filosófica.



Grécia - Platão

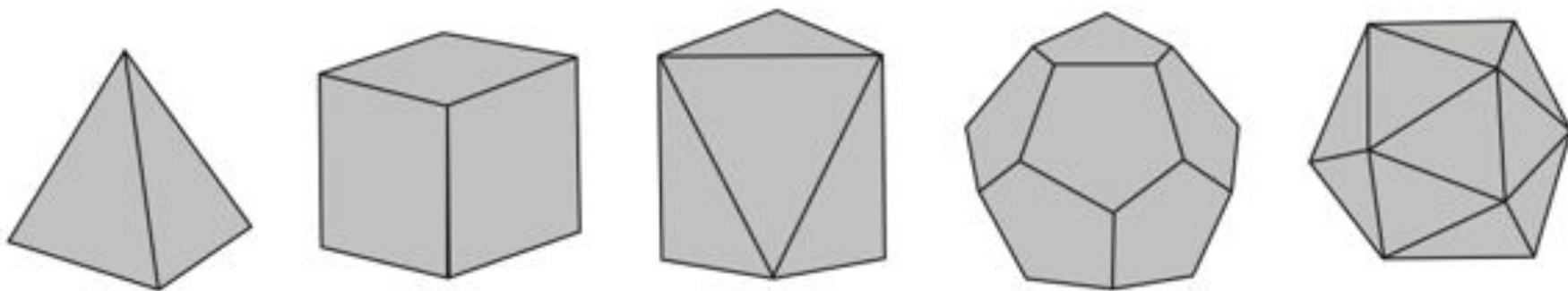


Grécia - Platão

- Quase todos os trabalhos da época foram feitos por amigos ou discípulos de Platão.
- Platão foi muito importante para a Matemática devido principalmente à sua convicção entusiástica de que o estudo da Matemática fornecia o mais refinado treinamento do espírito e que, portanto era essencial que fosse cultivado pelos filósofos e pelos que deveriam governar o Estado ideal.
- Lema da Academia: “Que aqui não adentrem aqueles não versados em Geometria”.

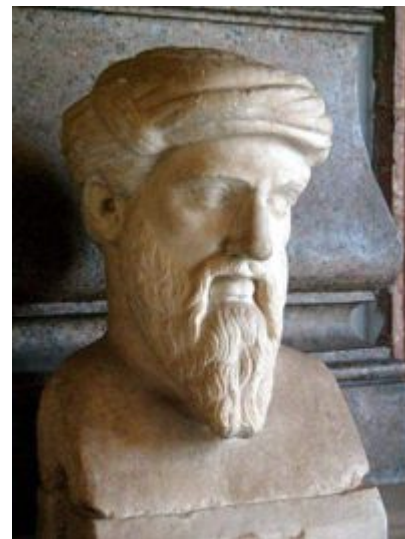
Grécia - Platão

- Platão apresentou uma descrição dos cinco poliedros regulares e mostrou como construir modelos desses sólidos, juntando triângulos, quadrados e pentágonos para formar as suas faces.



Grécia - Pitágoras

- Matemático e filósofo ilustre da época.
- Nasceu por volta de 572 a.C. na ilha de Samos.
- É possível que tenha sido discípulo de Tales.
- Morou em Crotona, uma colônia grega ao sul da Itália, onde fundou a famosa escola pitagórica.



Grécia - Pitágoras



Grécia - Pitágoras

- Fundou a escola pitagórica, um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais.
- E a escola era também uma irmandade estreitamente unida por ritos secretos e cerimônias.
- Devido a grande influência e as tendências aristocráticas da irmandade ela foi destruída por forças democráticas do sul da Itália.
- Pitágoras fugiu para Metaponto onde morreu, talvez assassinado, com uma idade avançada entre 75 e 80 anos.

Grécia - Pitágoras

- A irmandade continuou existindo por mais dois séculos.
- Os ensinamentos da escola eram inteiramente orais e todas as descobertas eram atribuídas ao seu fundador. Daí é difícil saber exatamente quais descobertas matemáticas se devem ao próprio Pitágoras.
- O Teorema de Pitágoras: já era conhecido pelos babilônios, mas foi Pitágoras quem fez a primeira demonstração geral.
- Exercício: Qual foi a demonstração feita por Pitágoras ?

Grécia - Pitágoras

- O livro *The Pythagorean Proposition* de E.S.Loomis coletou e classificou nada menos que 370 demonstrações do teorema de Pitágoras.
- Uma grande realização dos pitagóricos foi a descoberta de que existem números irracionais. Eles perceberam que não existe um número racional (uma fração) que represente a diagonal do quadrado cujos lados medem uma unidade.
- *A descoberta dos irracionais é um grande marco da história da Matemática.*

Alexandria - Egito

- Alexandre O Grande (356 a.C – 323 a.C), rei da Macedônia e ex-aluno de Aristóteles, fundou a cidade de Alexandria no delta do Rio Nilo.



Alexandria - Egito

- Por volta de 300 a.C. Alexandria tinha 500 mil habitantes.
- Foi fundada a Universidade de Alexandria por Ptolomeu, líder militar que governou o Egito depois da morte de Alexandre em 323 a.C.
- A Universidade de Alexandria foi a primeira instituição do gênero em todo o mundo.
- A organização e objetivos da universidade se assemelham às das universidades atuais.

Alexandria - Egito

- Continha salas de aula, laboratórios, jardins, bibliotecas bem aparelhadas e habitações.
- A biblioteca foi por muito tempo o maior repositório de registros culturais de todo o mundo.
- Em 40 anos possuía 600 mil rolos de papiro.
- Cerca de 300 a.C. a universidade foi aberta ao público e por quase um milênio, Alexandria se tornou a metrópole intelectual da raça grega.

Alexandria - Egito

- Foram escolhidas pessoas de muito talento para desenvolver determinadas áreas de estudo.
- Euclides, possivelmente oriundo de Atenas, foi escolhido para chefiar o departamento de Matemática.

Euclides

- Pouco se sabe sobre a vida de Euclides.
- A data de nascimento e o local são desconhecidos.
- Provavelmente sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas.
- Foi professor da Universidade de Alexandria.



Euclides

- Proclo escreveu em seu *Sumário Eudemiano* a resposta que Euclides deu a Ptolomeu quando questionado se haveria um caminho mais curto para o conhecimento: “Não há estradas reais na Geometria”.
- Principal obra: *Elementos*.
- Escrito em grego a obra cobre toda a aritmética, álgebra e geometria conhecidas até então no mundo grego.
- Nenhum outro trabalho, com exceção da Bíblia, foi tão usado e estudado.

Euclides

- Possui mais de 1000 edições impressas desde a primeira delas em 1482.
- Não existe nenhuma cópia dos *Elementos* de Euclides que seja do autor.
- Edição mais antiga é do século X.
- Folha de rosto da primeira impressão inglesa de 1570.



Euclides

- Contém 465 proposições distribuídas em 13 livros:
 - Cinco sobre Geometria Plana;
 - Três sobre Teoria dos Números;
 - Um sobre a Teoria das Proporções;
 - Um sobre incomensuráveis;
 - Três sobre Geometria Espacial.

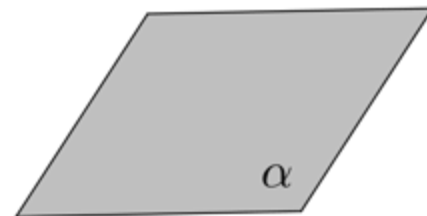
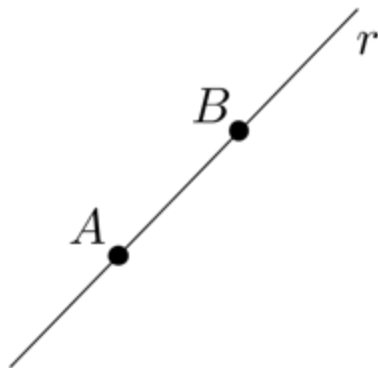
Euclides

- Sistematizou todo o conhecimento geométrico dos seus precursores, intercalando os teoremas já então conhecidos com a demonstração de muitos outros, que completavam lacunas e davam coerência e encadeamento lógico ao sistema por ele criado.
- Estrutura única, lógica, coerente e formal.
- É o protótipo da Matemática moderna.

Geometria Euclidiana

- Conceitos primitivos, ou seja, conceitos indefiníveis:
 - ponto,
 - reta,
 - plano.

P



Geometria Euclidiana

- Axiomas são verdades primitivas, aceitas a priori, e que refletem propriedades observáveis dos objetos do mundo real que estamos modelando.
- A partir dos axiomas é possível provar outras afirmações. A essas afirmações que serão provadas, daremos o nome de proposições ou teoremas.

Geometria Euclidiana - Axiomas

- Ax.1: Por dois pontos não coincidentes passa uma e somente uma reta.
- Ax.2: Para todo segmento de reta AB e todo segmento de reta CD , existe um único ponto E tal que B está entre A e E e o segmento CD é congruente a outro segmento qualquer.
- Ax.3: Para todo ponto C e todo ponto A não coincidente com C existe uma circunferência com centro C e raio congruente com CA .
- Ax.4: Todos os ângulos retos são congruentes entre si.
- Ax.5: Por um ponto não pertencente a uma reta, passa uma e uma só paralela a tal reta.

Geometria Euclidiana - Axiomas - Versão Euclides

- Ax.1: Pede-se, como coisa possível que se tire, de um ponto qualquer para outro ponto qualquer, uma linha reta.
- Ax.2: Que uma linha reta determinada continua em direção de si mesma, até onde seja necessário.
- Ax.3: Que com qualquer centro e qualquer intervalo se descreve um círculo.
- Ax.4: Todos os ângulos retos são iguais.
- Ax.5: Se uma linha reta encontrado-se com outras duas fizer ângulos interno, da mesma parte, menores que dois retos, estas duas retas, produzidas ao infinito, concorrerão para a mesma parte dos ditos ângulos internos.

Geometria Euclidiana

- Gauss, Bolyai e Lobachevski demonstraram que o quinto axioma trata efetivamente de um axioma, necessário e independente dos outros.
- Negando o quinto postulado surgem as Geometrias não Euclidianas!

Questionamento

Vocês acham que foi utilizada alguma metodologia de ensino nesta aula?
Qual? Por que?

História da Matemática

História da Matemática é um recurso metodológico facilitador da aprendizagem do aluno e não um mero instrumento de motivação!

História da Matemática

- Potencialidades pedagógicas da História da Matemática:
 - a História é uma fonte de motivação para o ensino da Matemática;
 - a História é uma fonte de objetivos para o ensino da Matemática;
 - a História constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino da Matemática;
 - a História é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos e informativos serem incorporados nas aulas de Matemática.

Referência: *“As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reformadores e questionadores”* de Antônio Miguel (Zetetiké, 1997).

Para Casa

- O que diz os PCN a respeito da História da Matemática?
- Ler o texto: "*As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reformadores e questionadores*".
- Esses tópicos serão discutidos na próxima aula.