

ÁLGEBRA (2014)–LISTA 7

Corpo de fatoração – Extensões normais

(1) Encontre o grau do corpo de fatoração de $x^6 + 1$ sobre:

- (i) \mathbb{Q} ;
- (ii) \mathbb{F}_2 .

(2) Determine o corpo de fatoração de $x^4 - 7$ sobre:

- (i) \mathbb{Q} ;
- (ii) \mathbb{F}_5 ;
- (iii) \mathbb{F}_{11} .

(3) Prove que $x^5 - 9x^3 + 15x + 6$ é irredutível sobre $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.

(4) Sejam $F \subset L \subset K$ corpos. Suponha que K é o corpo de fatoração de $S \subset F[x]$ sobre F . Mostre que K é o corpo de fatoração de S sobre L .

(5) Diga quais das seguintes extensões é normal:

$$\mathbb{Q}(\sqrt{11}i)/\mathbb{Q}, \quad \mathbb{Q}(\sqrt{5}, \sqrt[5]{3})/\mathbb{Q}(\sqrt[5]{3}), \quad \mathbb{Q}(\sqrt[5]{3})/\mathbb{Q}.$$

(6) Seja M uma extensão normal de F . Suponha que $a, a' \in M$ são raízes de $\min(F, a)$ e que $b, b' \in M$ são raízes de $\min(F, b)$. Prove ou disprove: Existe um automorfismo $\sigma \in \text{Gal}(M/F)$ tal que $\sigma(a) = a'$ e $\sigma(b) = b'$.