

ÁLGEBRA – VE2 – 06/11/2014

PROFESSOR MARCO

Exercício 1. Encontre o corpo de fatoração K sobre F de $f(x) \in F[x]$ e calcule o grau da extensão $[K : F]$ para:

- (i) $f(x) = x^4 - 2$ e $F = \mathbb{Q}$.
- (ii) $f(x) = x^8 - 1$ e $F = \mathbb{F}_5$.

Exercício 2. Calcule o grupo de Galois $Gal(K/F)$ e diga se K/F é de Galois ou normal nos seguintes casos:

- (i) $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ e $F = \mathbb{Q}$;
- (ii) $K = \mathbb{F}_p(\sqrt[t]{t})$ e $F = \mathbb{F}_p(t)$, onde t é uma indeterminada.

Exercício 3. Sejam p e q naturais primos. Prove que o polinómio $f(x) = x^p + 3x + 6$ é irredutível sobre $\mathbb{Q}(\sqrt{q})$.

Exercício 4. Seja F um corpo e seja K/F uma extensão. Mostre que as seguintes condições são equivalentes:

- (i) K é fecho algébrico de F ;
- (ii) K é o corpo de fatoração do conjunto de todos os polinómios não constantes com coeficientes em F .

Exercício 5. Seja V um espaço vetorial sobre um corpo K . Usando o Lema de Zorn mostre que V possui uma base.