

ÁLGEBRA II – VS – 10/06/2014

PROFESSOR MARCO

Exercício 1.(2.5pts) Dados inteiros positivos n e m , com $n > m$, considere o seguinte polinômio

$$f(x) = 7x^n + 25x^m + 10.$$

- (i) Diga se $f(x)$ é irredutível como polinômio em $\mathbb{Q}[x]$.
- (ii) Diga se $f(x)$ é irredutível como polinômio em $\mathbb{Z}_3[x]$.

Exercício 2.(2.5pts) Considere o grupo $(\mathbb{Z}_n, +)$. Prove as seguintes afirmações.

- (i) Para $a \in \mathbb{Z}$, a classe $\bar{a} \in \mathbb{Z}_n$ possui ordem igual a n/d , onde $d = \text{MDC}(a, n)$.
- (ii) Para todo inteiro m que divide n , existe um subgrupo H de \mathbb{Z}_n de ordem m .

Exercício 3.(2.5pts) Considere o grupo G das transformações de um cubo regular em si. Encontre 3 subgrupos de G isomorfos a $(\mathbb{Z}_4, +)$

Exercício 4.(2.5pts) Diga quais dos seguintes são isomorfismos de grupos:

- (i) $f: (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$, onde $f(x) = x + 2$;
- (ii) $f: (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{R}^*, \cdot)$, onde $f(x) = e^{3x}$;
- (iii) $f: (S_5, \circ) \rightarrow (S_5, \circ)$, onde $f(\sigma) = \sigma \circ \tau$, onde $\tau = (12)$ (aqui S_5 é o grupo simétrico sobre o conjunto com 5 elementos);
- (iv) dado o grupo (G, \cdot) e $a \in G$ um elemento fixado, $f: (G, \cdot) \rightarrow (G, \cdot)$, onde $f(x) = a \cdot x \cdot a^{-1}$.