EQUAÇÕES DIFERENCIAIS VS – 14/07/2015

PROFESSOR MARCO

Exercício 1. (2pts) Diga se a seguinte série é divergente, convergente, ou absolutamente convergente

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{\log n}{n}\right)^2$$

Exercício 2. (3 pts) Considere a equação diferencial

$$2x^2y'' - xy' + (x+1)y = 0.$$

(a) Mostre que $x = 0$ é ponto singular regular.
(b) Mostre que $r = 1$ é raiz da equação indicial em torno $x = 0$.
(c) Escreva em série de potências em torno de $x = 0$ uma solução da equação diferencial que corresponde a raiz $r = 1$ da equação indicial.
(d) Encontre o raio de convergência da série encontrada no item (c).

Exercício 3. (2.5 pts) Resolva o seguinte PVI através da transformada de Laplace:

$$\begin{cases} x''(t) + 4x(t) = \cos(2t) \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{cases}$$

Exercício 4. (2,5 pts) Calcule a exponencial da matriz

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 8 & -4 \\ 0 & 7 & -4 \\ 0 & 10 & -5 \end{bmatrix}$$

Formulário. Seja $\mathcal{L}$ a trasformada de Laplace. Valem:

$$\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad \mathcal{L}(e^{at}) = \frac{1}{s-a}, \quad \mathcal{L}(\text{sen}(at)) = \frac{a}{s^2+a^2}, \quad \mathcal{L}(\cos(at)) = \frac{s}{s^2+a^2}$$

$$\mathcal{L}(t^n f(t))(s) = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n}\mathcal{L}(f(t))(s), \quad \mathcal{L}(e^{at}f(t))(s) = \mathcal{L}(f(t))(s-a)$$

$$\mathcal{L}(f^{(n)}(t)) = s^n\mathcal{L}(f(t)) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0)$$

$$\mathcal{L}^{-1}(\mathcal{L}(f)\mathcal{L}(g))(t) = \int_0^t f(u)g(t-u)du, \quad \mathcal{L}\left(\frac{f(t)}{t}\right)(s) = \int_s^{+\infty} \mathcal{L}(f(t)(u)du$$