Solução dos exercícios de funções trigonométricas

2) a) $\dfrac{8\sqrt{2}-3}{15}$ b) $\dfrac{4-6\sqrt{2}}{15}$ $c)\dfrac{7}{25}$

3)

a) $f(x) = y = \operatorname{sen}(7x-2)$

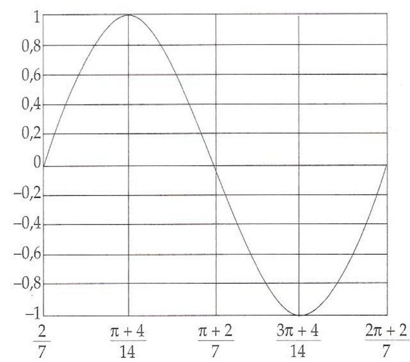
Como a função seno varia no intervalo $[-1\,;1]$, temos:

$-1 \le \operatorname{sen}(\alpha) \le 1 \Rightarrow -1 \le \operatorname{sen}(7x-2) \le 1$. Daí, $\operatorname{Im}(f) = [-1\,;1]$.

α	$\operatorname{sen}(\alpha)$	$\alpha = 7x-2$	x	$\operatorname{sen}(7x-2)$
0	0	0	$\frac{2}{7}$	0
$\frac{\pi}{2}$	1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi+4}{14}$	1
π	0	π	$\frac{\pi+2}{7}$	0
$\frac{3\pi}{2}$	-1	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi+4}{14}$	-1
2π	0	2π	$\frac{2\pi+2}{7}$	0

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{2\pi}{7}\left(\frac{2\pi+2}{7}-\frac{2}{7}\right)$.

Utilizando a tabela, temos o gráfico a seguir:



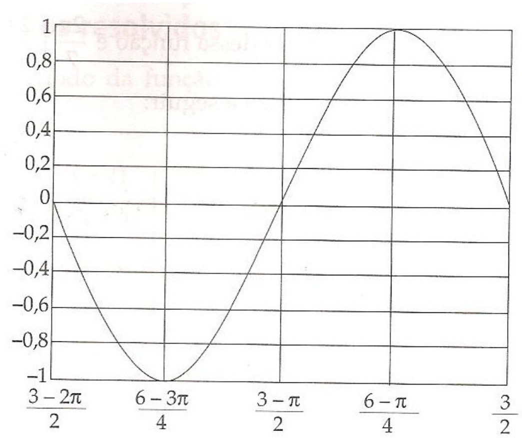
b) $f(x) = y = \operatorname{sen}(-2x+3)$

$-1 \le \operatorname{sen}(\alpha) \le 1 \Rightarrow -1 \le \operatorname{sen}(-2x+3) \le 1$. Daí, $\operatorname{Im}(f) = [-1\,;1]$.

α	$\operatorname{sen}(\alpha)$	$\alpha = -2x+3$	x	$\operatorname{sen}(-2x+3)$
0	0	0	$\frac{3}{2}$	0
$\frac{\pi}{2}$	1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{6-\pi}{4}$	1
π	0	π	$\frac{3-\pi}{2}$	0
$\frac{3\pi}{2}$	-1	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{6-3\pi}{4}$	-1
2π	0	2π	$\frac{3-2\pi}{2}$	0

Verificamos, então, que o período dessa função é π.

Utilizando a tabela, temos o gráfico a seguir:

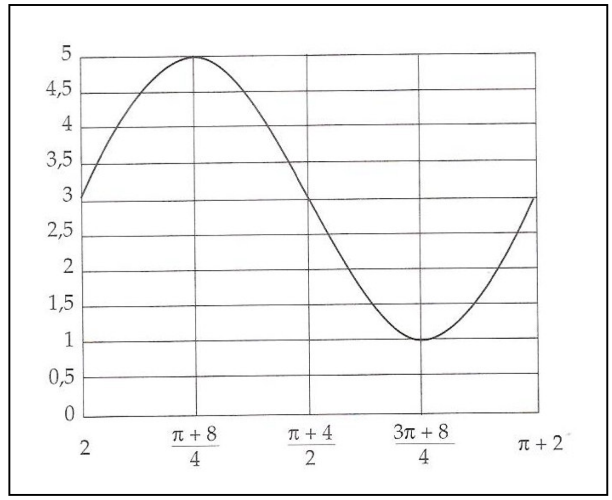


c) $f(x) = y = 3 + 2\text{sen}(2x-4)$

$-1 \le \text{sen}(\alpha) \le 1 \;\Rightarrow\; -1 \le \text{sen}(2x-4) \le 1 \Rightarrow -2 \le 2\text{sen}(2x-4) \le 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 \le 3 + 2\text{sen}(2x-4) \le 5$. Daí, $\text{Im}(f) = [1\,;5]$.

$\alpha = 2x-4$	$\text{sen}(2x-4)$	x	$3+2\text{sen}(2x-4)$
0	0	2	3
$\frac{\pi}{2}$	1	$\frac{\pi+8}{4}$	5
π	0	$\frac{\pi+4}{2}$	3
$\frac{3\pi}{2}$	-1	$\frac{3\pi+8}{4}$	1
2π	0	$\pi+2$	3



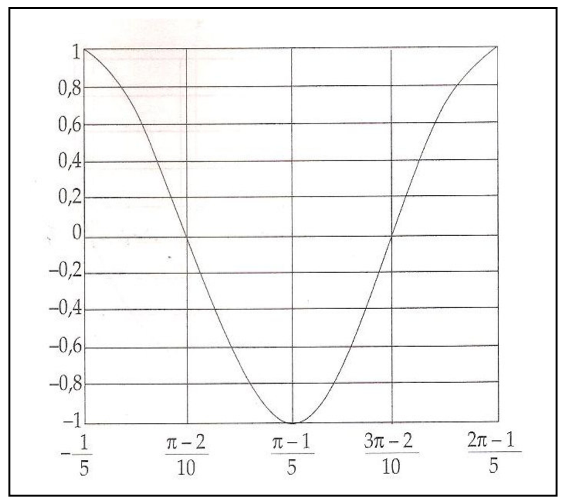
Verificamos, então, que o período dessa função é π.
Utilizando a tabela, temos o gráfico a seguir:

d) $f(x) = y = \cos(5x+1)$

Como a função cosseno varia no intervalo $[-1\,;1]$, temos:

$-1 \le \cos(\alpha) \le 1 \Rightarrow -1 \le \cos(5x+1) \le 1$. Daí, $\text{Im}(f) = [-1\,;1]$.

α	$\cos(\alpha)$	$\alpha = 5x+1$	x	$\cos(5x+1)$
0	1	0	$-\frac{1}{5}$	1
$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi-2}{10}$	0
π	-1	π	$\frac{\pi-1}{5}$	-1
$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi-2}{10}$	0
2π	1	2π	$\frac{2\pi-1}{5}$	1



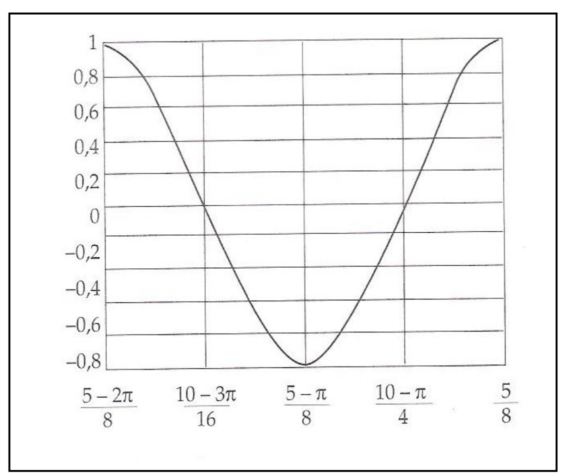
Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{2\pi}{5}$.

Utilizando a tabela, temos o gráfico a seguir:

e) $f(x) = y = \cos(-8x+5)$

$-1 \le \cos(\alpha) \le 1 \Rightarrow -1 \le \cos(-8x+5) \le 1$. Daí, $\text{Im}(f) = [-1\,;1]$.

α	$\cos(\alpha)$	$\alpha = -8x+5$	x	$\cos(-8x+5)$
0	1	0	$\frac{5}{8}$	1
$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{10-\pi}{16}$	0
π	-1	π	$\frac{5-\pi}{8}$	-1
$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{10-3\pi}{16}$	0
2π	1	2π	$\frac{5-2\pi}{8}$	1



Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{\pi}{4}$.

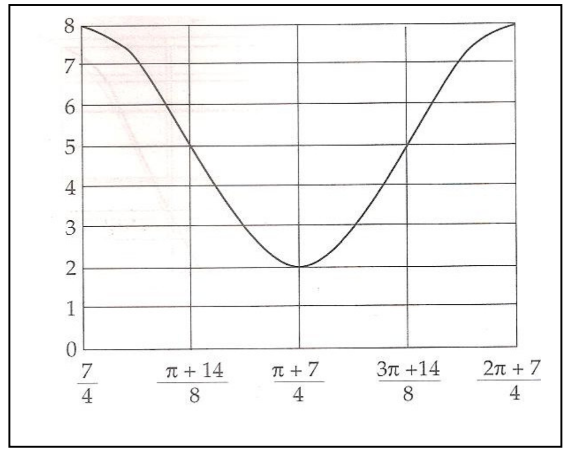
f) $f(x) = y = 5 + 3\cos(4x - 7)$

$-1 \le \cos(\alpha) \le 1 \Rightarrow -1 \le \cos(4x-7) \le 1 \Rightarrow -3 \le 3\cos(4x-7) \le 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \le 5 + 3\cos(4x-7) \le 8$. Daí, $\text{Im}(f) = [2\,;8]$.

$\alpha = 4x - 7$	$\cos(4x-7)$	x	$5 + 3\cos(4x-7)$
0	1	$\frac{7}{4}$	8
$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi+14}{8}$	5
π	-1	$\frac{\pi+7}{4}$	2
$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{3\pi+14}{8}$	5
2π	1	$\frac{2\pi+7}{4}$	8

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{\pi}{2}$.



g) $f(x) = y = \text{tg}(3x+5)$

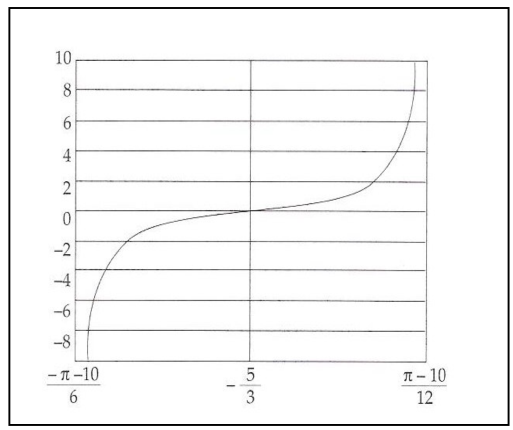
A tabela a seguir apresenta, em sua primeira coluna, valores possíveis para o ângulo α, dado por $\alpha = 3x + 5$.

Dessa equação, temos o valor de x apresentado na segunda coluna da tabela, $3x = \alpha - 5 \Rightarrow x = \frac{\alpha - 5}{3}$. Na terceira coluna da tabela, é calculado o valor da função tangente.

$\alpha = 3x + 5$	$x = \frac{\alpha-5}{3}$	$\text{tg}(3x+5)$
$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{-\pi-10}{6}$	$\nexists$
0	$-\frac{5}{3}$	0
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi-10}{6}$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{\pi}{3}$.

$D(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; x \ne \frac{\pi - 10}{6} + \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ e $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$.

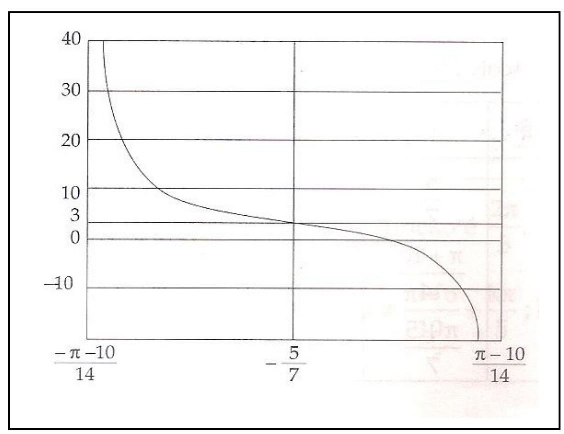


h) $f(x) = y = 3 + 4\text{tg}(-7x - 5)$

$\alpha = -7x - 5$	x	$\text{tg}(-7x-5)$	$3 + 4\cdot\text{tg}(-7x-5)$
$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi-10}{14}$	$\nexists$	$\nexists$
0	$-\frac{5}{7}$	0	3
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{-\pi-10}{14}$	$\nexists$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{\pi}{7}$.

$D(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; x \ne \frac{\pi - 10}{14} + \frac{k\pi}{7}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ e $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$.

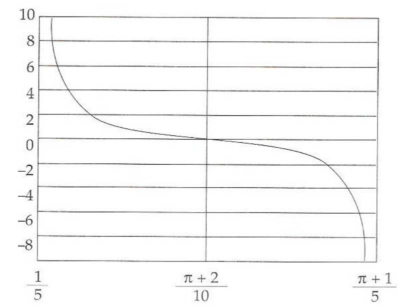


i) $f(x) = y = \text{cotg}(5x-1)$

$\alpha = 5x-1$	x	$\text{cotg}(5x-1)$
0	$\frac{1}{5}$	$\nexists$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi+2}{10}$	0
π	$\frac{\pi+1}{5}$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{\pi}{5}$.

$D(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; x \neq \frac{1}{5} + \frac{k\pi}{5}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ e $Im(f) = \mathbb{R}$.



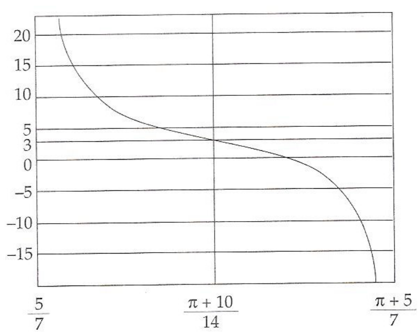
j) $f(x) = y = 3 + 4\text{cotg}(7x-5)$

$\alpha = 7x-5$	x	$\text{cotg}(7x-5)$	$3+4\text{cotg}(7x-5)$
0	$\frac{5}{7}$	$\nexists$	$\nexists$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi+10}{14}$	0	3
π	$\frac{\pi+5}{7}$	$\nexists$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{\pi}{7}$.

$D(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; x \neq \frac{5}{7} + \frac{k\pi}{7}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ e $Im(f) = \mathbb{R}$.

Utilizando a tabela, temos o gráfico a seguir:



k) $f(x) = y = 3 + 4\sec(5x-3)$

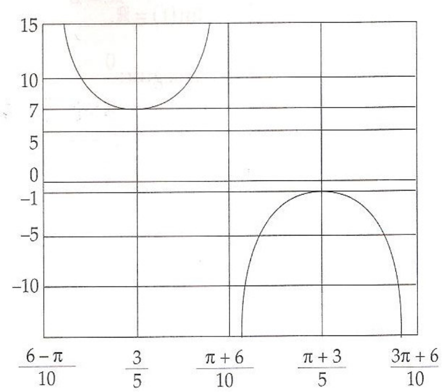
$\alpha = 5x-3$	x	$\sec(5x-3)$	$3+4\sec(5x-3)$
$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{6-\pi}{10}$	$\nexists$	$\nexists$
0	$\frac{3}{5}$	1	7
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi+6}{10}$	$\nexists$	$\nexists$
π	$\frac{\pi+3}{5}$	-1	-1
$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi+6}{10}$	$\nexists$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{2\pi}{5}$.

O domínio da função é $D(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; x \neq \frac{\pi+6}{10} + \frac{k\pi}{5}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

A imagem da função é $Im(f) = \mathbb{R} - (-1; 7)$.

Utilizando a tabela, temos o gráfico a seguir:



l) $f(x) = y = \text{cossec}(-x-1)$

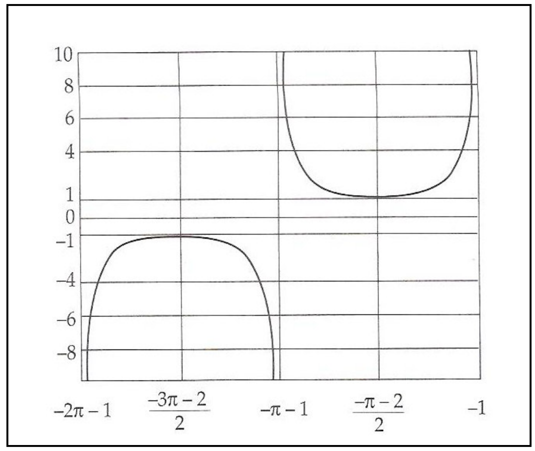
$\alpha = -x-1$	x	$\text{cossec}(-x-1)$
0	-1	$\nexists$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{-\pi-2}{2}$	1
π	$-\pi-1$	$\nexists$
$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{-3\pi-2}{2}$	-1
2π	$-2\pi-1$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é 2π.

O domínio da função é $D(f) = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq -\pi - 1 + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

A imagem da função é $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - (-1\,;1)$.

Utilizando a tabela, temos o gráfico a seguir:



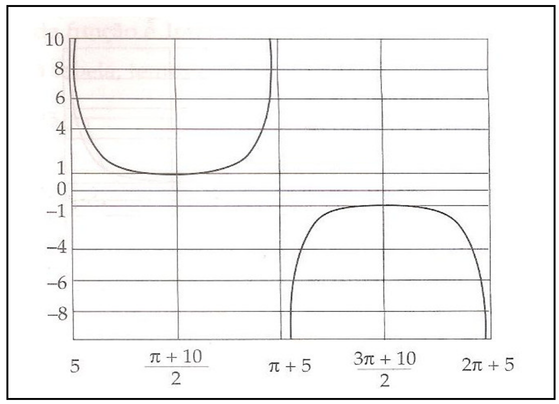
m) $f(x) = y = \text{cossec}(x-5)$

$\alpha = x-5$	x	$\text{cossec}(x-5)$
0	5	$\nexists$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi+10}{2}$	1
π	$\pi+5$	$\nexists$
$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi+10}{2}$	-1
2π	$2\pi+5$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é 2π.

O domínio da função é $D(f) = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq 5 + k\pi; k \in \mathbb{Z} \}$.

A imagem da função é $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - (-1\,;1)$.



n) $f(x) = y = 3 - \text{cossec}(3x-5)$

$\alpha = 3x-5$	x	$\text{cossec}(3x-5)$	$3 - \text{cossec}(3x-5)$
0	$\frac{5}{3}$	$\nexists$	$\nexists$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi+10}{6}$	1	2
π	$\frac{\pi+5}{3}$	$\nexists$	$\nexists$
$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi+10}{6}$	-1	4
2π	$\frac{2\pi+5}{3}$	$\nexists$	$\nexists$

Verificamos, então, que o período dessa função é $\frac{2\pi}{3}$.

O domínio da função é $D(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; x \neq \frac{\pi+5}{3} + \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

A imagem da função é $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - (2\,;4)$.