

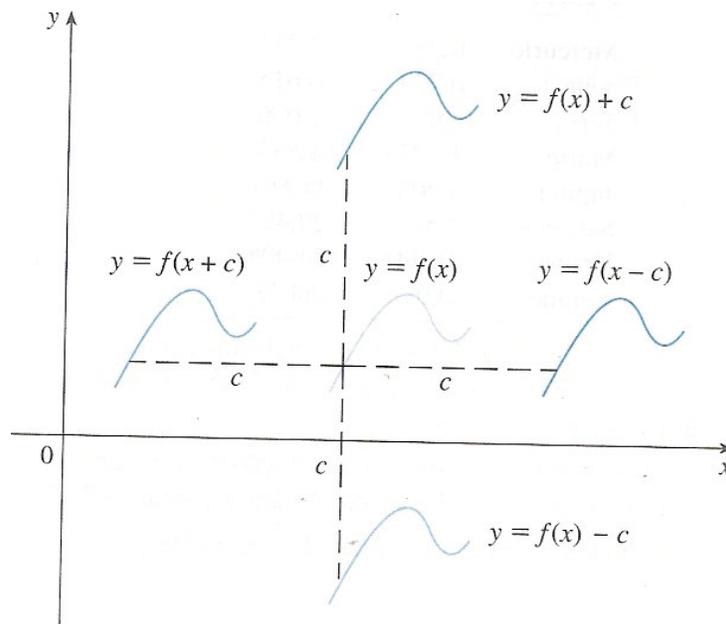
Transformação de funções

Ao aplicar certas transformações aos gráficos de uma função pode-se obter o gráfico de funções relacionadas, o que nos capacita a fazer o esboço de muitas funções à mão.

1. Translações

- Seja c um número positivo, então o gráfico de $y=f(x)+c$ é tão-somente o gráfico de $y=f(x)$ deslocado para cima em c unidades (uma vez que cada coordenada y fica acrescida pelo mesmo número c).
- Se fizemos $g(x)=f(x-c)$, onde $c>0$, então o valor de g em x é igual ao valor de f em $x-c$ (c unidades a esquerda). Portanto, o gráfico de $y=f(x-c)$ é precisamente o gráfico de $y=f(x)$ deslocado c unidades para direita.

DESLOCAMENTOS VERTICAIS E HORIZONTAIS Suponha que $c > 0$. Para obter o gráfico de
 $y = f(x) + c$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para cima
 $y = f(x) - c$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para baixo
 $y = f(x - c)$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para a direita
 $y = f(x + c)$, desloque o gráfico de $y = f(x)$ em c unidades para a esquerda



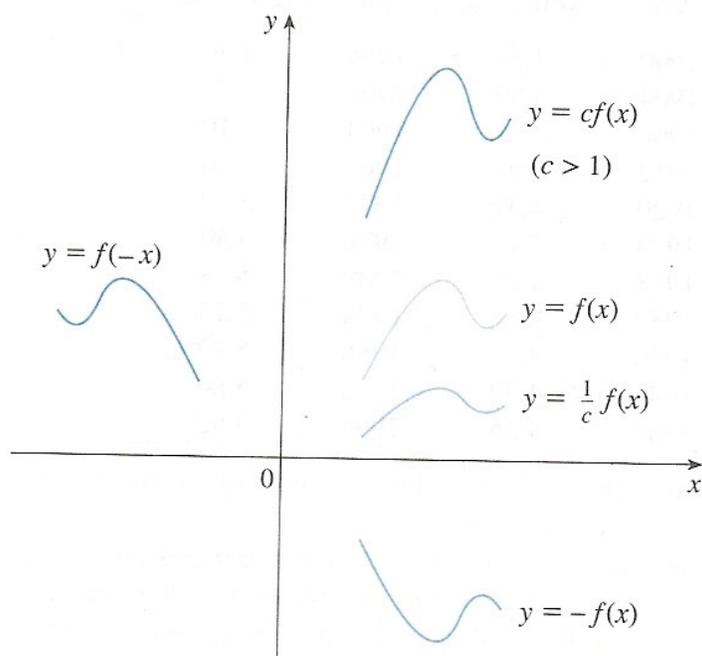
Translações do gráfico de f

2. Expansão e reflexão

- Se $c > 1$, então o gráfico de $y = cf(x)$ é o gráfico de $y = f(x)$ expandido por um fator c na direção vertical (pois cada coordenada y fica multiplicada pelo mesmo número c). O gráfico de $y = -f(x)$ é o gráfico de $y = f(x)$ refletido em torno do eixo x , pois o ponto (x, y) será substituído pelo ponto $(x, -y)$. Sendo $c > 1$, no caso de $y = \frac{1}{c}f(x)$, teremos uma compressão (pois cada coordenada y fica multiplicada pelo mesmo número $1/c < 1$).

REFLEXÕES E EXPANSÕES HORIZONTAIS E VERTICAIS Suponha que $c > 1$. Para obter o gráfico de

- $y = cf(x)$, expanda o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de c
- $y = (1/c)f(x)$, comprima o gráfico de $y = f(x)$ verticalmente por um fator de c
- $y = f(cx)$, comprima o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de c
- $y = f(x/c)$, expanda o gráfico de $y = f(x)$ horizontalmente por um fator de c
- $y = -f(x)$, reflita o gráfico de $y = f(x)$ em torno do eixo x
- $y = f(-x)$, reflita o gráfico de $y = f(x)$ em torno do eixo y



Expansões e reflexões do gráfico de f

Exemplo: Dado o gráfico de $y = \sqrt{x}$, use transformações para obter os gráficos de $y = \sqrt{x} - 2$, $y = \sqrt{x - 2}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ e $y = \sqrt{-x}$

