Nome ______________________________ 9/01/2013 Nota: ______

Matrícula ____________________

$1^{\underline{a}}$ VE de C Á L C U L O I - A

Turma F1 - Prof$^{\underline{a}}$ Marlene

ATENÇÃO, leia antes de começar a prova:
- Em qualquer questão não basta a resposta, é preciso escrever a resolução ou justificativa.
- As questões podem ser resolvidas em qualquer ordem e podem ser feitas a lápis ou caneta.
- Ninguém poderá sair da sala durante a prova.
- Para quem conhece a regra de L'Hôpital: não será aceita a resolução de limite por essa regra.

BOA PROVA!

$1^{\underline{a}}$ questão (valor: 3,0)

Sejam $F(x) = 1 - \left|1 - \sqrt{\sqrt{x^2 - 2}}\,\right|$ e $G(x) = \begin{cases} F(x) & \text{se} \quad x \in \text{Domínio de } F \\ ax^2 - 4 & \text{se} \quad x \notin \text{Domínio de } F \end{cases}$

(a) Para a função F, dê a sua paridade e faça um esboço do seu gráfico. Indique em quais pontos o gráfico de F corta os eixos coordenados. Para justificar o gráfico de F você tem que usar transformações em gráficos e deixar esboçados todos os gráficos usados.

(b) Justifique porque a função F é contínua.

(c) Se possível, encontre um valor para a de forma que a função G seja contínua.

$2^{\underline{a}}$ questão (valor: 2,5)

Calcule os limites: (a) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \left(\frac{48\left(\sqrt{2x} - 2\right)}{8 - x^3} + 2 \right) \text{sen}\left(\frac{1}{8 - x^3} \right)$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(3x)}}{x\,\text{sen}\,(2x)}$

$3^{\underline{a}}$ questão (valor: 2,5)

Considere a função $f(x) = \dfrac{x+1}{|x| - 1} - \dfrac{2x^2 + 1}{x\sqrt{x^2 + 2}}$.

(a) Calcule $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} f(x)$ e também os limites laterais da função f em $x = 0$, $x = 1$ e $x = -1$.

(b) Encontre as equações das assíntotas verticais e das assíntotas horizontais ao gráfico da função f.

$4^{\underline{a}}$ questão (valor: 2,0)

Dadas as funções $f(x) = \sqrt{4 - x}$ e $g(x) = 2x^3$, faça o que se pede:

(a) Justifique porque é possível garantir que os gráfico da função f corta o gráfico da função g em algum ponto de abscissa entre $x = 0$ e $x = 1$.

(b) Encontre um intervalo de amplitude igual a $\dfrac{1}{2}$ em que é possível garantir que há um valor de x no interior desse intervalo que é a abscissa de um ponto de interseção dos gráficos de f e g. Justifique sua resposta.

Lembrete: x é solução da equação $f(x) = g(x)$ $\iff$ x é raiz da equação $f(x) - g(x) = 0$.
