Nome ______________________ Matrícula ____________ 25/03/2013 Nota: _____

VR de C Á L C U L O I - A

Turma F1 - Prof$^{\underline{a}}$ Marlene

ATENÇÃO, leia antes de começar a prova:
- Em qualquer questão não basta a resposta, é preciso escrever a resolução ou justificativa.
- As questões podem ser resolvidas em qualquer ordem e podem ser feitas a lápis ou caneta.
- Ninguém poderá sair da sala durante a prova.

BOA PROVA!

1$^{\underline{a}}$ questão (valor: 3,0)

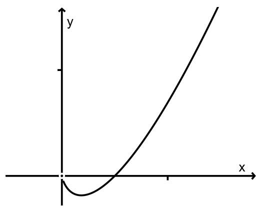
Calcule os limites:

(a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1-x+\ln x}{x^2-1}\,\text{sen}\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$ (b) $\lim\limits_{x\to 0^+} (\tan(x))^{x^2}$ (c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{1+4x^2}}{x-2\sqrt{x^2+1}}$

(obs. nâo tente resolver o item (c) pela Regra de L'Hôpital, pois assim não simplifica o cálculo do limite)

2$^{\underline{a}}$ questão (valor: 2,0)

O gráfico da função $f(x) = x\ln x$ está esboçado ao lado. Faça o que se pede em cada item.



(a) Seja $g(x) = |4\ln(4) - |x|\ln|x||$. Dê a paridade da função g. A partir do gráfico da função f, use transformações em gráficos e esboce o gráfico da função g.

(b) Encontre o valor de a que faz com que o intervalo $[a,\infty)$ seja o maior intervalo desse tipo em que a função f admite inversa f^{-1}. Verifique que $f(1) = 0$ e calcule $\left(f^{-1}\right)'(0)$.

3$^{\underline{a}}$ questão (valor: 1,5)

A função $y = y(x)$ está definida implicitamente na equação $\arctan(xy) = \frac{\pi}{4} + y - x$.

Calcule $y(1), y'(1)$ e determine a equação da reta tangente ao gráfico da função no ponto $(1, y(1))$.

4$^{\underline{a}}$ questão (valor: 3,5)

Seja $f(x) = \dfrac{144(x+6)}{x^2+22x+105} = \dfrac{144(x+6)}{(x+15)(x+7)}$. Derivando duas vezes, $f''(x) = \dfrac{288\left(x^3+18x^2+91x-36\right)}{(x^2+22x+105)^3}$.

(a) Responda ao que se pede:

Dê o domínio da função f e os intervalos onde ela é contínua.

Se existirem, dê as equações das assíntotas verticais e horizontais do gráfico. Se não, justifique.

Encontre os intervalos do domínio onde a função f é crescente e onde é decrescente.

A função f tem ponto de máximo relativo? e de mínimo relativo? Justifique suas respostas.

(b) Justifique porque é possível garantir que há um ponto de inflexão cuja abscissa está no intervalo $[0,1]$. Qual o teorema que garante isso?

(c) Esboce o gráfico da função f e dê a sua imagem.

5$^{\underline{a}}$ questão (valor: 1,0)

Encontre a função $f(x)$ que satisfaz o problema de valor inicial: $\begin{cases} f'(x) = \dfrac{1}{x} + 3\,\text{sen}\,(x) \\ f\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 3 \end{cases}$