

Nome \_\_\_\_\_ Matrícula \_\_\_\_\_ 27/03/2013 Nota: \_\_\_\_\_

**VS de CÁLCULO I - A**  
Turma F1 - Prof<sup>a</sup> Marlene

ATENÇÃO, leia antes de começar a prova:

- Em qualquer questão não basta a resposta, é preciso escrever a resolução ou justificativa.
- As questões podem ser resolvidas em qualquer ordem e podem ser feitas a lápis ou caneta.
- Ninguém poderá sair da sala durante a prova.

BOA PROVA!

1ª questão (valor: 2,0)

Calcule os limites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^x - 4}{x^2 - 4}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{4x-1}}{\sqrt{x} - x}$$

(obs. não tente resolver o item (b) pela Regra de L'Hôpital, pois assim não simplifica o cálculo do limite)

2ª questão (valor: 1,0)

$$\text{Seja } f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen } x}{|x|} & \text{se } x \neq 0 \\ k & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Calcule os limites laterais em  $x = 0$ . É possível encontrar um valor para  $k$  de modo que a função  $f$  seja contínua em  $x = 0$ ? Justifique sua resposta.

3ª questão (valor: 1,5)

Encontre as dimensões do retângulo vazado mais barato que contém uma área igual a  $24 \text{ cm}^2$  se o custo do material de dois lados paralelos é de 3 unidades monetárias por centímetro, enquanto dos dois lados restantes é de 3 unidades monetárias por centímetro.

4ª questão (valor: 1,5)

Prove que para  $x \in \mathbb{R}$ , a função  $f(x) = e^{(2x - \cos x)}$  admite função inversa  $f^{-1}$ .

Verifique que  $f(0) = \frac{1}{e}$  e calcule  $(f^{-1})'(\frac{1}{e})$ .

5ª questão (valor: 3,0)

$$\text{Seja } f(x) = 1 - \frac{12}{x+3} + \frac{36}{(x+3)^2} = \frac{(x-3)^2}{(x+3)^2}. \text{ Derivando duas vezes, } f''(x) = \frac{24(6-x)}{(x+3)^4}.$$

(a) Responda ao que se pede:

Dê o domínio da função  $f$  e os intervalos onde ela é contínua.

Se existirem, dê as equações das assíntotas verticais e horizontais do gráfico. Se não, justifique.

Encontre os intervalos do domínio onde a função  $f$  é crescente e onde é decrescente.

A função  $f$  tem ponto de máximo relativo? e de mínimo relativo? Justifique suas respostas.

Em quais intervalos do domínio o gráfico de  $f$  é côncavo para cima? e para baixo?

O gráfico de  $f$  possui ponto de inflexão? Justifique sua resposta.

(b) Esboce o gráfico da função  $f$  e dê a sua imagem.

6ª questão (valor: 1,0)

$$\text{Determine a integral } \int \left( 6\sqrt[5]{x} - 3x^{-1} + \frac{4}{1+x^2} \right) dx$$