

Nome _____

09/07/2013

Nota: _____

Matrícula _____

VE2 de CÁLCULO I - A

Turma S1 - Prof^a Marlene

ATENÇÃO, leia antes de começar a prova:

- Em qualquer questão não basta a resposta, é preciso escrever a resolução ou justificativa.
- As questões podem ser resolvidas em qualquer ordem e podem ser feitas a lápis ou caneta.
- Ninguém poderá sair da sala durante a prova.

BOA PROVA!

1ª questão (valor: 2,0)

Diga e justifique em quais pontos do domínio a função f não é diferenciável, sendo a função f assim definida:

$$f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{4-x} & \text{se } x \leq 0 \\ 4 + |x-2| & \text{se } 0 < x < 3 \\ \frac{10}{\sqrt{x+1}} & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

2ª questão (valor: 2,0)

Considere $f(x) = \cos((F(x))^2) + x \cdot G(5 - \sin(3x))$, onde F e G são diferenciáveis em \mathbb{R} .

Calcule $f'(\frac{\pi}{3})$ se sabemos que $F(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$; $F(\sqrt{\frac{\pi}{2}}) = \pi$; $F'(\frac{\pi}{3}) = 4$; $F'(\sqrt{\frac{\pi}{2}}) = 5$; $G(4) = 10$; $G(5) = 20$; $G'(4) = -10$; $G'(5) = -20$.

3ª questão (valor: 2,0)

Seja $f(x) = \arctan(x^3 + x - 1)$

- (a) prove que a função f admite inversa no intervalo $(-\infty, \infty)$
 (b) calcule: (i) $(f^{-1})(-\frac{\pi}{4})$ (ii) $(f^{-1})'(-\frac{\pi}{4})$

4ª questão (valor: 2,0)

Considere a função $f(x) = \exp(\frac{4-x}{8-x})$. Verifique que a reta r tangente ao gráfico de f no ponto $(6, f(6))$ é paralela à reta de equação $y = -\frac{x}{e}$ e dê a equação da reta r .

5ª questão (valor: 2,0)

Um recipiente tem formato de um cone circular reto de altura igual a 20 cm e raio da base igual a 8 cm. O recipiente tem seu vértice na parte inferior, é mantido em equilíbrio com altura na posição vertical e um líquido está sendo jogado para dentro dele. Se no instante em que o nível era de 5 cm o líquido estava entrando a uma taxa de 2 cm³/min, qual a taxa de variação do nível do líquido nesse mesmo instante? [Lembrete: volume do cone de altura h e raio r é $\frac{1}{3}\pi r^2 h$]