

VELOCIDADE INSTANTÂNEA

Considere que $x(t)$ representa o deslocamento de uma partícula em movimento retilíneo, desde o instante $t = 0$ até o instante t , t medido em segundos e $x(t)$ medido em metros.

A velocidade média v_m entre dois instantes quaisquer t_1 e t_2 , com $t_1 < t_2$, é dada por:

$$v_m = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Para medir a velocidade em um instante fixo t_0 podemos proceder da seguinte forma:

- mede-se a posição em vários instantes t 's, antes e depois do instante t_0 e calcula-se a velocidade média v_m entre os instantes t_0 e t .
- quanto menor for o tempo entre os instantes t_0 e t , mais próxima a velocidade média está da velocidade no instante t_0 . (chamada de velocidade instantânea no instante t_0).

Há duas possibilidades, $t > t_0$ ou $t < t_0$, calculando a velocidade média para cada caso:

Se $t > t_0$,
$$v_m = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

Se $t < t_0$,
$$v_m = \frac{x(t_0) - x(t)}{t_0 - t} = \frac{-(x(t) - x(t_0))}{-(t - t_0)} = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0}$$

Vemos que nos dois casos a fórmula é a mesma.

Considerando $\Delta t = t - t_0$ e $\Delta x = x(t) - x(t_0)$,
$$v_m = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Na tabela estão registradas as posições $x(t)$ em vários instantes t antes e depois de $t_0 = 10 \text{ seg}$. No instante $t_0 = 10 \text{ seg}$, o deslocamento é $x(t_0) = x(10) = 50 \text{ m}$.

A velocidade média foi calculada entre t_0 e t .

$t > t_0$	$t_0 = 10,00$	10,10	10,20	10,30	10,40	10,50	10,60	10,70	10,80	10,90	11,00
$x(t)$	$x(10) = 50,00$	50,80	51,40	52,00	52,60	53,00	53,60	54,00	54,50	55,00	55,50
$\Delta t = t - t_0 > 0$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$\Delta x = x(t) - x(t_0) > 0$	0,00	0,80	1,40	2,00	2,60	3,00	3,60	4,00	4,50	5,00	5,50
$v_m = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	#DIV/0!	8,00	7,00	6,67	6,50	6,00	6,00	5,71	5,62	5,56	5,50

$t < t_0$	9,00	9,10	9,20	9,30	9,40	9,50	9,60	9,70	9,80	9,90	$t_0 = 10,00$
$x(t)$	45,00	45,50	46,00	46,50	47,00	47,40	47,60	47,80	48,50	49,20	$x(10) = 50,00$
$\Delta t = t - t_0 < 0$	-1,00	-0,90	-0,80	-0,70	-0,60	-0,50	-0,40	-0,30	-0,20	-0,10	0,00
$\Delta x = x(t) - x(t_0) < 0$	-5,00	-4,50	-4,00	-3,50	-3,00	-2,60	-2,40	-2,20	-1,50	-0,80	0,00
$v_m = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,20	6,00	7,33	7,50	8,00	#DIV/0!

A velocidade média mais próxima da velocidade instantânea em t_0 é a que corresponde à menor variação de tempo.

Pela tabela, $v(t_0)$, a velocidade instantânea em t_0 é aproximadamente 8 m/seg , isto é, $v(t_0) \approx 8 \text{ m/seg}$.

Se for possível calcular o limite,
$$v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} v_m = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$