1)(a) $\operatorname{arctan}(-1) = -\frac{\pi}{4} \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

OBS: como arctan x é uma função, a resposta para para arctan(-1) é um e só um valor de $y \in (-\pi/2, \pi/2)$. Logo a afirmação é $\boxed{\text{FALSA}}$

(b) $\tan 2x = -1 \iff$

$2x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \iff$

$x = \frac{3\pi}{8} + 2k\pi$

Logo é $\boxed{\text{VERDADEIRA}}$

OBS: em vez de $\frac{3\pi}{4}$ poderia estar escrito qualquer valor ao substituir k, por ex, $k=-1$, $\frac{3\pi}{4} - \pi = -\frac{\pi}{4}$ e ficaria, $2x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

(c) $\sqrt{x^{100}} = \sqrt{(x^{50})^2} = |x^{50}| = x^{50} \quad \forall x$

pois $x^{50} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt{x^{98}} = \sqrt{(x^{49})^2} = |x^{49}|$

$x < 0 \Rightarrow x^{49} < 0 \Rightarrow |x^{49}| = -x^{49} \neq x^{49}$.

Logo, para todo $x < 0$, $\sqrt{x^{98}} = -x^{49} \neq x^{49}$.

Conclusão: a afirmação é $\boxed{\text{VERDADEIRA}}$ porque as duas são verdadeiras.

OBS – a justificativa da 2ª afirmação poderia ser apresentando qualquer valor $x<0$, exemplo

$\sqrt{(-1)^{98}} = \sqrt{((-1)^{49})^2} = |(-1)^{49}| = |-1| = 1 \neq -1$.

(d) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-5} < \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}$

Usando propriedades algébricas e de ordem:

$\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{5} < \left(-\frac{2}{3}\right)^{3}$ $\quad \left(a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^{n}\right)$

$-\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{5} < -\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$ $\quad \left(\text{n ímpar } (-a)^n = -a^n\right)$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{5} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$ $\quad$ (inverte ordem nos negativos)

$\frac{2^{5/2}}{3^{5/2}} > \frac{2^3}{3^3}$ $\quad \left((\sqrt{a})^n = a^{\frac{n}{2}} \text{ e } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}\right)$

$\frac{2^{5/2}}{3^{5/2}} \cdot \frac{3^3}{2^3} > 1$ $\quad$ (todos positivos, preserva ordem)

$\frac{3^{3-5/2}}{2^{3-5/2}} > 1$ $\quad \left(\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}\right)$

$\frac{3^{1/2}}{2^{1/2}} > 1$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} > 1$ $\quad$ (todos positivos)

$\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2}\right)^2 > 1^2$

$\frac{3}{2} > 1$

$3 > 2$ (V)

Como a última é verdadeira e todas são de equivalência, a primeira é $\boxed{\text{VERDADEIRA}}$

2) (a) $2,7 < e < 2,8$ $\qquad e - \pi = e + (-\pi)$

$-3,2 < -\pi < -3,1$

$-0,5 < e + (-\pi) < -0,3 \Longrightarrow \boxed{-0,5 < e - \pi < -0,3}$

$2,7 < e < 2,8$

$3,1 < \pi < 3,2$

$5,8 < e + \pi < 6,0 \Longrightarrow \frac{1}{6,0} < \frac{1}{e+\pi} < \frac{1}{5,8}$

Como $\frac{e-\pi}{e+\pi} < 0$, vamos estimar primeiro $\frac{\pi - e}{e+\pi} = (\pi - e)\cdot\frac{1}{e+\pi}$

$0,3 < \pi - e < 0,5$

$\frac{1}{6,0} < \frac{1}{e+\pi} < \frac{1}{5,8}$

$\frac{0,3}{6,0} < \frac{\pi - e}{e+\pi} < \frac{0,5}{5,8}$ $\qquad$ ou $\quad -\frac{0,5}{5,8} < \frac{e-\pi}{e+\pi} < -\frac{0,3}{6,0}$

$\frac{3}{60} < \frac{\pi - e}{e+\pi} < \frac{5}{58}$

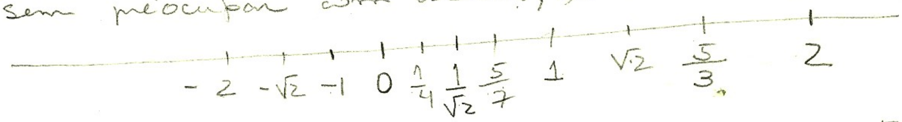
$\frac{1}{20} < \frac{\pi - e}{e+\pi} < \frac{5}{58}$

$0,05 < \frac{\pi - e}{e+\pi} < 0,09 \Longrightarrow \boxed{-0,09 < \frac{e-\pi}{e+\pi} < -0,05}$

$$\begin{array}{r|l} 500 & 58 \\ -464 & 0,086\ldots \\ \hline 360 & \\ -348 & \end{array}$$

(b) $\cancel{0}$; $\cancel{1}$; $\cancel{-1}$; $\cancel{\sqrt{2}}$; $-\sqrt{2}$; $\cancel{2}$; $\cancel{-2}$; $\frac{1}{4}$; $\cancel{\frac{5}{3}}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(sem preocupar com escalas; só com ordem)



Logo, para $x > 1$

$$\boxed{x^{-2} < x^{-\sqrt{2}} < x^{-1} < x^{0} < x^{1/4} < x^{1/\sqrt{2}} < x^{5/7} < x^{1} < x^{\sqrt{2}} < x^{5/3} < x^{2}}$$

$\sqrt{2} < \frac{5}{3}$ ✓

$3\sqrt{2} < 5$

$9 \times 2 < 25$

$18 < 25$ ✓

$\frac{1}{4} < \frac{5}{7}$ ✓

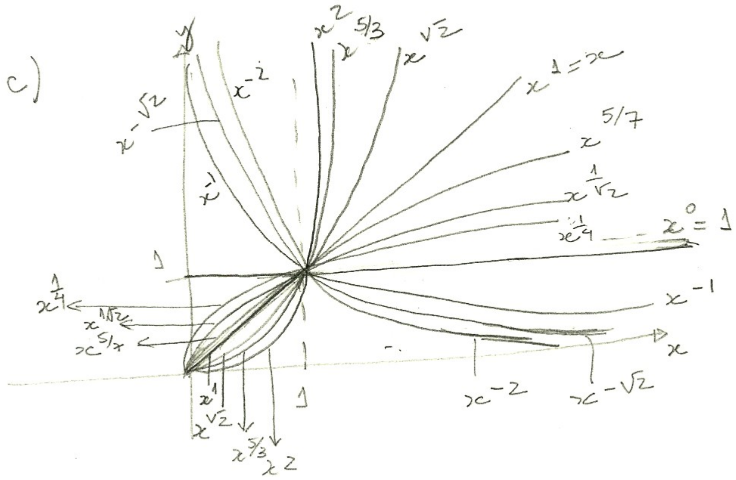
$\frac{1}{4} < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ✓

$\frac{5}{7} < \frac{1}{\sqrt{2}}$ F

$5\sqrt{2} < 7$

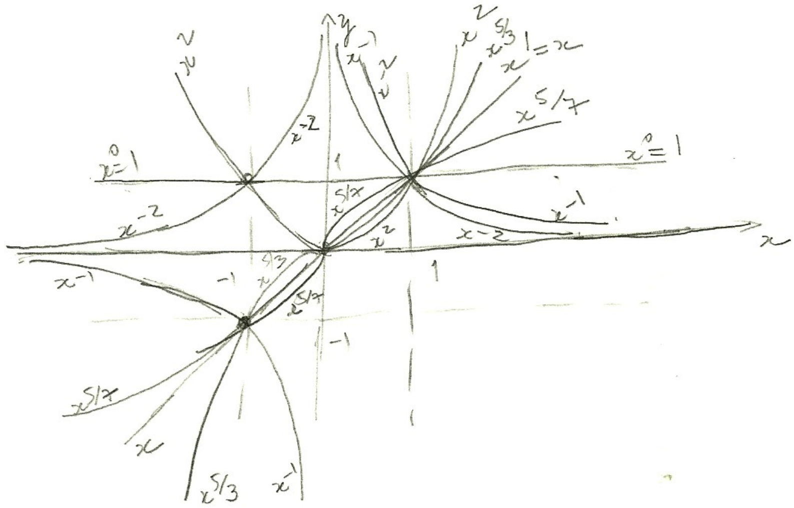
$50 < 49$ F

(2) c)



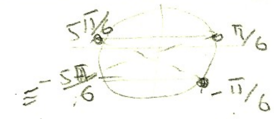
d) As funções são:

x^{-2}, x^{-1}, x^{0}, $x^{5/7}$, x, $x^{5/3}$, x^{2}



OBS: só precisa desta parte ($x<0$) porque para $x>0$ já está no item c).

3) (a) $\left| sen\left(\frac{x}{2}\right) \right| = \frac{1}{2}$

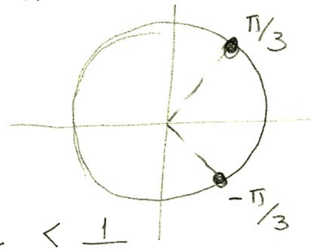


$sen\,\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ ou $sen\,\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$

Pelo círculo trigonométrico,

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + k\pi$ ou $\frac{x}{2} = \frac{-\pi}{6} + k\pi$

$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$



(b) $4\,sen\,x < \frac{1}{cos\,x}$

$4\,sen\,x - \frac{1}{cos\,x} < 0$

$\frac{4\,sen\,x\,cos\,x - 1}{cos\,x} < 0$, como $2\,sen\,x\,cos\,x = sen\,2x$

$\frac{2\,sen\,2x - 1}{cos\,x} < 0$

	0		$\frac{\pi}{12}$		$\frac{5\pi}{12}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{13\pi}{12}$		$\frac{17\pi}{12}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$A = 2\,sen\,2x - 1$	−	−	0	+	0	−	−	−	0	+	0	−	−	−	−
$B = cos\,x$	+	+	+	+	+	+	0	−	−	−	−	−	0	+	+
$\frac{A}{B}$	−	−	0	+	0	−	∄	+	0	−	0	+	∄	−	−

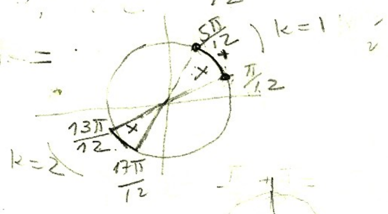
$2\,sen\,2x - 1 > 0$

$2\,sen\,2x > 1$

$sen\,2x > \frac{1}{2}$

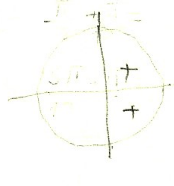
$\frac{\pi}{6} + 2k\pi < 2x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

$\frac{\pi}{12} + k\pi < x < \frac{5\pi}{12} + k\pi$



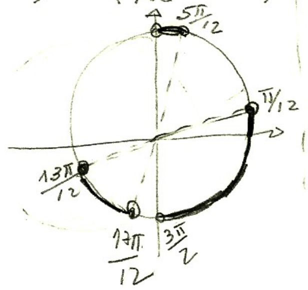
$cos\,x > 0$

$0 < x < \pi/2$
ou
$3\pi/2 < x < 2\pi$



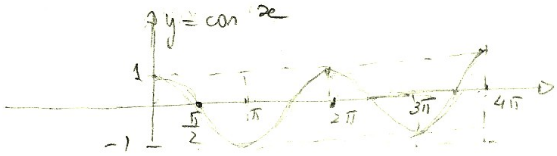
Solução:

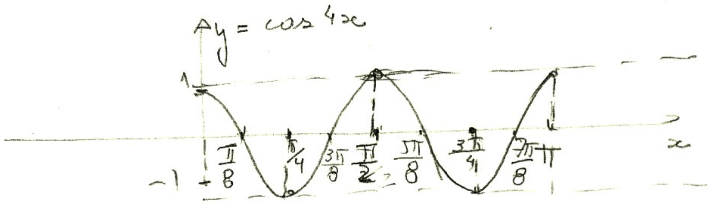
$\left[0, \frac{\pi}{12}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$



3) c) $f(x) = \cos^2(2x) - \text{sen}^2(2x)$, $\quad 0 \le x \le \pi$

$f(x) = \cos(4x)$ $\quad 0 \le 4x \le 4\pi$





4) $f(x) = 6 - e^{-4x}$

(a) interseção c/ eixo y: $x = 0$, $y = f(0) = 6 - e^0 = 6 - 1 = 5$

interseção c/ eixo x; $x = ?$, $y = f(x) = 6 - e^{-4x} = 0$

$$6 - e^{-4x} = 0$$

$$e^{-4x} = 6$$

$$\ln(e^{-4x}) = \ln 6$$

$$-4x = -\ln 6$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{4}\ln 6}, \quad y = 0$$

(b) $f(x) = 6 - e^{-4x} < 6 \iff$

$$-e^{-4x} < 0 \iff$$

$e^{-4x} > 0$ é verdadeiro $\forall x \in \mathbb{R}$

Como a última é verdadeira e são todas equivalentes, a primeira é verdadeira.

(c) $f(x) = g(x) \iff 6 - e^{-4x} = e^{-2x} \iff$

$e^{-4x} + e^{-2x} - 6 = 0$, $\quad u = e^{-2x}$, $u^2 = (e^{-2x})^2 = e^{-4x}$

$u^2 + u - 6 = 0$

$u = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} -\frac{6}{2} = -3, & u = -3 < 0, \text{ impossível} \\ \frac{4}{2} = 2, & u = 2, \text{ resolvendo:} \end{cases}$

$e^{-2x} = 2 \iff \ln e^{-2x} = \ln 2 \iff$

$\iff -2x = \ln 2 \iff \boxed{x = -\frac{1}{2}\ln 2}$ $\quad \boxed{(x, y) = \left(-\frac{1}{2}\ln 2, 2\right)}$

$y = e^{-2x} = e^{-2 \times (-\frac{1}{2}\ln 2)} = e^{\ln 2} = 2$ //