(1) (a) $\dfrac{\sqrt{2x+1}}{(3x+2)^2} \geqslant 0 \quad , \forall x \in \mathbb{R} \text{ e } x \geqslant -\dfrac{1}{2}$

O domínio tem 2 restrições:

I) $2x+1 \geqslant 0 \iff 2x \geqslant -1 \iff x \geqslant -\dfrac{1}{2}$

II) $(3x+2)^2 \neq 0 \iff 3x+2 \neq 0 \iff 3x \neq -2 \iff x \neq -\dfrac{2}{3}$

Como $-\dfrac{2}{3} < -\dfrac{1}{2}$, temos que basta $x \geqslant -\dfrac{1}{2}$.

Sabemos que $\sqrt{a} \geqslant 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}, \ a \geqslant 0$.

e $a^2 \geqslant 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$

Logo $\sqrt{2x+1} \geqslant 0$ e $(3x+2)^2 > 0, \ \forall x \geqslant -\dfrac{1}{2}$

Sabemos que $a \geqslant 0$ e $b > 0 \Rightarrow \dfrac{a}{b} \geqslant 0$,

Logo $\dfrac{\sqrt{2x+1}}{(3x+2)^2} \geqslant 0 \quad \forall x > -\dfrac{1}{2} \Longrightarrow$ $\boxed{\text{VERDADEIRA}}$

1) (b) $\dfrac{\sqrt{(x^2-1)^2}}{\sqrt{(x-1)^2}} = \sqrt{\dfrac{(x^2-1)^2}{(x-1)^2}} \quad \forall x \neq 1$,

pois $(x^2-1)^2 \geqslant 0$ e $(x-1)^2 > 0$ e sabemos que $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}, \ \forall a \geqslant 0$ e $b > 0$.

$\sqrt{\dfrac{(x^2-1)^2}{(x-1)^2}} = \sqrt{\dfrac{((x-1)(x+1))^2}{(x-1)^2}} = \sqrt{\dfrac{(x-1)^2(x+1)^2}{(x-1)^2}} = \sqrt{(x+1)^2} \quad , x \neq 1$.

mas $\sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$ pois $\sqrt{a^2} = |a| \quad \forall a \in \mathbb{R}$.

Logo $\dfrac{\sqrt{(x^2-1)^2}}{\sqrt{(x-1)^2}} = |x+1| \quad , \forall x \neq 1$.

Assim se $x < -1$, $|x+1| = -(x+1) \neq (x+1) \Longrightarrow$

$\dfrac{\sqrt{(x^2-1)^2}}{\sqrt{(x-1)^2}} = x+1$ é FALSA quando $x < -1$.

Logo a afirmação é FALSA.

(2) (a) $\dfrac{2x}{x-1} < \dfrac{1}{x-1}$

$$\frac{2x}{x-1} - \frac{1}{x-1} < 0$$

$$\frac{2x-1}{x-1} < 0$$

Usando tabela para analisar o sinal:

	$x < 1/2$	$x = 1/2$	$\frac{1}{2} < x < 1$	$x = 1$	$x > 1/2$
$2x-1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{2x-1}{x-1}$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$

Logo a solução é $\boxed{\frac{1}{2} < x < 1}$

ou, em notação de intervalo: $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

(2) (b) $2|x-1| - x - 1 \geq 0$.

1º MÉTODO (usando propriedade de módulo)

$2|x-1| - x - 1 \geq 0$

$2|x-1| \geq x+1 \iff |x-1| \geq \frac{1}{2}(x+1) \iff$

$x - 1 \geq \frac{1}{2}(x+1)$	ou	$x - 1 \leq -\frac{1}{2}(x+1)$
$2x - 2 \geq x + 1$		$2x - 2 \leq -x - 1$
$x \geq 3$		$3x \leq 1$
		$x \leq \frac{1}{3}$

Solução: $\boxed{(-\infty, 1/3] \cup [3, \infty)}$

OUTRO MÉTODO (usando definição de módulo)

Caso 1: $x-1 \geq 0 \iff x \geq 1 \Rightarrow |x-1| = x-1$

$2|x-1| - x - 1 \geq 0$

$2(x-1) - x - 1 \geq 0$

$2x - 2 - x - 1 \geq 0$

$x \geq 3$

Caso 2: $x-1 < 0 \iff x < 1 \Rightarrow |x-1| = -(x-1)$

$2|x-1| - x - 1 \geq 0$

$2(-(x-1)) - x - 1 \geq 0$

$-2x + 2 - x - 1 \geq 0$

$-3x + 1 \geq 0$

$-3x \geq -1$

$3x \leq 1$

$x \leq 1/3$

Solução: $\boxed{\left(-\infty, \frac{1}{3}\right] \cup [3, \infty)}$

3) (a) $\sqrt{5-x} = x-3 \Rightarrow$

$(\sqrt{5-x})^2 = (x-3)^2 \Leftrightarrow$

$5 - x = x^2 - 6x + 9 \Leftrightarrow$

$x^2 - 6x + x + 9 - 5 = 0 \Leftrightarrow$

$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

Possíveis soluções; $x = 1$ e $x = 4$. Como usamos uma implicação ($\Rightarrow$) é preciso verificar se são soluções.

Verificando,

$x = 1 \Rightarrow \sqrt{5-1} = 2$, $1 - 3 = -2$ $\Rightarrow \sqrt{5-1} \neq 1-3 \Rightarrow$ $x = 1$ não é solução

$x = 4 \Rightarrow \sqrt{5-4} = 1$, $4 - 3 = 1$ $\Rightarrow \sqrt{5-4} = 4-3 \Rightarrow$ $x = 4$ é solução.

Solução: $\{4\}$

(4) (a) $2x^2 - 3x - 2 \geq 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4}$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

$-\frac{1}{2} \qquad\qquad 2$

Solução: $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [2, \infty)$

(4) (b) $-3 + 3x - x^2 \geq 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{-2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{-2}$$

$\Delta = -3 < 0$

Como $\nabla < 0$, $-3 + 3x - x^2 \neq 0$ e como o coeficiente de x^2 é igual a $-1 < 0$,

$-3 + 3x - x^2 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Logo a solução é vazia.

(4) (c)

	$x<-4$	-4	$-4<x<-3$	-3	$-3<x<\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}<x<1$	2	$x>2$
$A=(x+4)^2$	+	0	+	+	+	+	+	+	+
$B=(x+3)^3$	−	−	−	0	+	+	+	+	+
$C=2x^2-3x-2$	+	+	+	+	+	0	−	0	+
$D=-3+3x-x^2$	−	−	−	−	−	−	−	−	−
$\frac{A\times B}{C\times D}$	+	0	+	0	−	nd	+	nd	−

Domínio: $x \neq \frac{1}{2}$ e $x \neq 2$

$E(x)>0$: $x<-4$ ou $-4<x<-3$ ou $\frac{1}{2}<x<2$

ou seja, $(-\infty,-4)\cup(-4,-3)\cup(\frac{1}{2},2)$

$E(x)<0$; $-3<x<\frac{1}{2}$ ou $x>2$

ou seja, $(-3,\frac{1}{2})\cup(2,\infty)$

$E(x)=0$: $x=-4$ ou $x=-3$

(5) $2x^2-y^2-16x-4y+26=0$

$$2(x^2-8x+16-16)-(y^2+4y+4-4)+26=0$$

$$2(x^2-8x+16)-32-(y^2+4y+4)+4+26=0$$

$$2(x-4)^2-(y+2)^2=2$$

$$\frac{(x-4)^2}{1}-\frac{(y+2)^2}{2}=1$$

$x_0=4$, $y_0=-2$

$a^2=1$, $a>0 \Rightarrow a=1$

$b^2=2$, $b>0 \Rightarrow b=\sqrt{2}$