(Q1)(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{-x}+x-1}{1-\cos 4x} = \dfrac{1+0-1}{1-1} = \dfrac{0}{0}$, indeterminado.

$\overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \dfrac{-e^{-x}+1}{4\,\text{sen}\,4x} = \dfrac{-1+1}{0} = \dfrac{0}{0}$, indeterminado

$\overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \dfrac{e^{-x}}{4.4\cos(4x)} = \dfrac{1}{16}$ //

(b) $\lim_{x\to 1^+} (2x-1)^{\frac{1}{x-1}} = (1)^{\infty}$, ind.

$= \lim_{x\to 1^+} e^{\frac{1}{x-1}\ln(2x-1)} = e^{\lim_{x\to 1^+} \frac{\ln(2x-1)}{x-1}} = e^{2}$

$\lim_{x\to 1^+} \dfrac{\ln(2x-1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \dfrac{\frac{1}{2x-1}\cdot 2}{1} = \dfrac{2}{1} = 2$

(Q2) $y = g(x) = 2x + \ln x$

(a) domínio: $x > 0$.

$g'(x) = 2 + \frac{1}{x}$, como $x>0$, $\frac{1}{x} > 0$ e $2 + \frac{1}{x} > 2 > 0$

logo $g'(x) \neq 0$, $\forall x > 0$.

Pelo Teorema da Função Inversa, f admite inversa $x = g^{-1}(y)$.

(b) $g(1) = 2 + \ln 1 = 2$

$(g^{-1})'(g(1)) = (f^{-1})'(2) = \dfrac{1}{g'(1)} = \dfrac{1}{2+\frac{1}{1}} = \dfrac{1}{3}$ //

(Q3) $\displaystyle\int \frac{2x^2+3x+4\sqrt{x}+5}{x}\,dx = \int \left(2x+3+4x^{-1/2}+\frac{5}{x}\right)dx$

$= 2\dfrac{x^2}{2} + 3x + \dfrac{4x^{1/2}}{1/2} + 5\ln|x| + 5 = x^2 + 3x + 8\sqrt{x} + 5\ln|x| + C$

(Q4) Área $= x^2 + 4xy = x^2 + 4x \cdot \dfrac{13.500}{x^2}$

$A(x) = x^2 + \dfrac{4\times 13.500}{x}$, $x > 0$.
$x \in (0,\infty)$

$A'(x) = 2x - \dfrac{4\times 13.500}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 4\times 13.500}{x^2}$

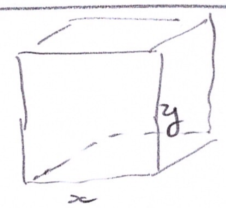
$A'(x) = 0 \iff 2x^3 - 4\times 13.500 = 0$

$x^3 = 2\times 13.500 = 27.000 \iff x = \sqrt[3]{27.000}$

$x = 30$ (único ponto crítico em $(0,\infty)$)

Como $\lim_{x\to 0} A(x) = \lim_{x\to\infty} A(x) = \infty$, o único ponto crítico é um ponto de mínimo relativo e absoluto.

Solução: $x = 30$ dm, $y = 15$ dm



x = lado do quadrado

y = altura

$V = 13.500$

$x^2 \cdot y = 13.500$

$y = \dfrac{13.500}{x^2}$

$y = \dfrac{13.500}{900} = 15$

Q5) $f(x) = 12\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$, $x \neq 0$

f está definida e é contínua em $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

$f(x) = 12\,(x^{-1} - x^{-2})$

$f'(x) = 12\,(-x^{-2} + 2x^{-3}) = 12\left(\frac{-1}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)$

$f'(x) = 12\left(\frac{-x+2}{x^3}\right)$

	$(-\infty,0)$	$(0,2)$	2	$(2,\infty)$
$12(-x+2)$	+	+	0	−
x^3	−	+	+	+
$f'(x)$	−	+		−
crescimento de f	↘	↗		↘

crescente : $(0, 2)$

decrescente : $(-\infty, 0)$ ou $(2, \infty)$

ponto de máx relativo em $x = +2$ (pelo crescimento)

não tem ponto de mín relativo ($x = 0 \notin$ domínio)

$f'(x) = 12\,(-x^{-2} + 2x^{-3})$

$f''(x) = 12\,(+2x^{-3} - 6x^{-4}) = 12 \times 2\left(\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}\right)$

$f''(x) = 24\left(\frac{x-3}{x^4}\right)$

	$(-\infty,0)$	$(0,3)$	3	$(3,\infty)$
$24(x-3)$	−	−	0	+
x^4	+	+	+	+
$f''(x)$	−	−		+
concavidade	baixo	baixo		cima

concavidade:

baixo : $(-\infty, 0)$ ou $(0, 3)$

cima : $(3, \infty)$

ponto de inflexão em $x = 3$.

Assíntota vertical ?

$\lim_{x \to 0^+} 12\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = \lim_{x \to 0^+} 12\left(\frac{x-1}{x^2}\right) = \frac{12.(-1)}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x \to 0^-} 12\left(\frac{x-1}{x^2}\right) = \frac{12(-1)}{0^+} = -\infty$, $x = 0$ é assíntota vertical

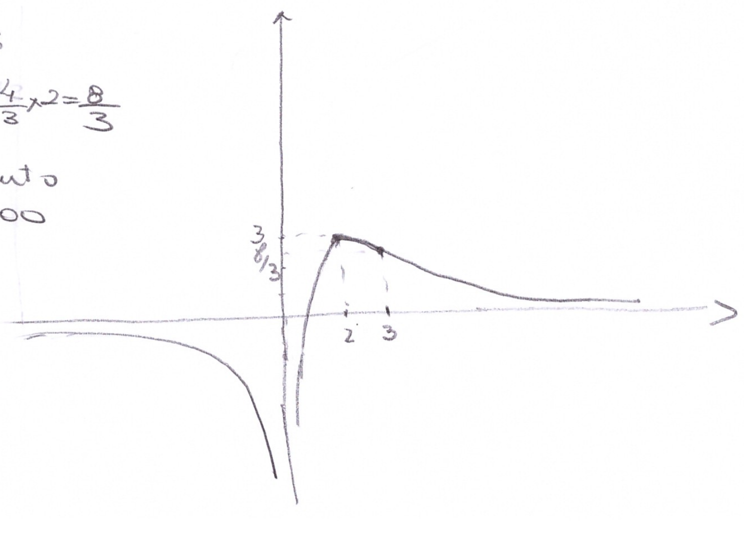
Assíntota horizontal ?

$\lim_{x \to \infty} 12\left(\frac{x-1}{x^2}\right) \overset{L'H}{=} \lim_{x \to \infty} 12\left(\frac{1}{2x}\right) = 0$, $y = 0$ é assíntota horizontal

$\lim_{x \to -\infty} 12\left(\frac{x-1}{x^2}\right) \overset{L'H}{=} \lim_{x \to -\infty} 12\left(\frac{1}{2x}\right) = 0$

$f(2) = 12\left(\frac{2-1}{4}\right) = 3$

$f(3) = 12\left(\frac{3-1}{9}\right) = \frac{4}{3} \times 2 = \frac{8}{3}$



Não tem mín absoluto pois $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$
$x \to 0^-$

Máx absoluto $= 3$ em $x = 2$.

Imagem $= (-\infty, 3]$.