(Q1) (a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{e^{(x-1)^2} - x}{x \sinh(x-1)} = \dfrac{e^0 - 1}{1 . 0} = \dfrac{0}{0}$, indeterminado

$\overset{L'H}{=} \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2(x-1)e^{(x-1)^2} - 1}{x \cosh(x-1) - \sinh(x-1)} = \dfrac{2(0) . e^0 - 1}{1 . 1 - 0} = -\dfrac{1}{1} = -1$ //

(b) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \dfrac{2}{x^2}\right)^{x^2} = 1^\infty$, indeterminado

$\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \dfrac{2}{x^2}\right)^{x^2} = \lim\limits_{x \to \infty} e^{\underbrace{x^2 \ln\left(1 + \frac{2}{x^2}\right)}_{h(x)}}$

$\lim\limits_{x \to \infty} h(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \overset{\to \infty}{x^2} \underbrace{\ln\left(\overset{\to 1}{1 + \frac{2}{x^2}}\right)}_{\to 0} =$

$= \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\ln\left(1 + \frac{2}{x^2}\right)}{\frac{1}{x^2}} \overset{\frac{0}{0}}{\underset{L'H}{=}} \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\frac{1}{1 + \frac{2}{x^2}} \cdot \left(-\frac{4}{x^3}\right)}{-\frac{2}{x^3}} =$

$= \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2}{1 + \frac{2}{x^2}} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2}{\frac{x^2 + 2}{x^2}} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2}{x^2 + 2} = 2$ //

Logo, $\lim\limits_{x \to \infty} e^{h(x)} = e^2$ //

(Q2) (a) $\displaystyle\int \frac{3 + 2x + x^2}{x^3} \, dx = \int \left(\frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}\right) dx$

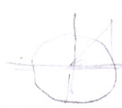
$= \displaystyle\int \left(3x^{-3} + 2x^{-2} + \frac{1}{x}\right) dx = 3 . \frac{x^{-2}}{-2} + 2 \frac{x^{-1}}{-1} + \ln|x| + C$

$= -\dfrac{3}{2x^2} - \dfrac{2}{x} + \ln|x| + C$.

(b) $f'(x) = \dfrac{3}{1 + x^2}$ e $f(\sqrt{3}) = 4\pi$.

$f(x) = \displaystyle\int \frac{3}{1 + x^2} \, dx = 3 \arctan x + C$.

$f(\sqrt{3}) = 3 \underbrace{\arctan \sqrt{3}}_{= \pi/3} + C = 4\pi$



$\tan\theta = \sqrt{3}$

$\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$3 . \dfrac{\pi}{3} + C = 4\pi \Rightarrow \boxed{C = 3\pi}$

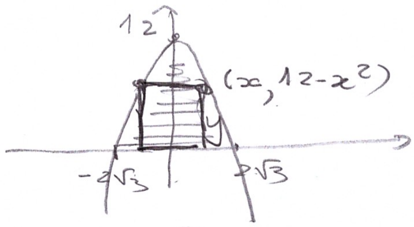
$\boxed{f(x) = 3\pi + 3 \arctan x}$

(Q 3) $y = 12 - x^2$ $12 - x^2 = 0$

dimensões do retângulo: $x^2 = 12$

base $= 2x$ $x = \pm 2\sqrt{3}$

altura $= 12 - x^2$



Área $= A(x) = 2x(12 - x^2)$ $0 \leq x \leq 2\sqrt{3}$

$A(x) = 2(12x - x^3)$

Pontos críticos: $A'(x) = 2(12 - 3x^2) = 0$

$3x^2 = 12$

$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2, \overset{x \geq 0}{\Longrightarrow} \boxed{x = 2}$

único ponto crítico $x = 2$

$f''(x) = 2 \times (-6x)$

$f''(2) = 2 \times (-12) < 0 \Rightarrow x = 2$ é ponto de máximo relativo.

Como é o único ponto crítico em $(0, 2\sqrt{3})$, é ponto de máximo absoluto.

dimensões do retângulo $x = 4$ m

$y = 12 - 4 = 8$ m

Área $= 32$ m^2.

(Q4) $f(x) = 2 + \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{2}{(x-1)^2} = \dfrac{2x^2 - 3x - 1}{(x-1)^2}$

domínio de $f = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

contínua no domínio.

AV: $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2x^2 - 3x - 1}{(x-1)^2} = \dfrac{-2}{0^+} = -\infty$

($x \to 1^-$ e $x \to 1^+$)

$\Rightarrow x = 1$ é A.V.

AH: $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2 - 3x - 1}{(x-1)^2} = \dfrac{2}{1} = 2$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x^2 - 3x - 1}{(x-1)^2} = \dfrac{2}{1} = 2$

$\Rightarrow$ única A.H. é $y = 2$.

continuação da (Q 4)

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)^2} = 2 + (x-1)^{-1} - 2(x-1)^{-2}$$

$$f'(x) = -1(x-1)^{-2} - 2(-2)(x-1)^{-3} = -\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{4}{(x-1)^3} =$$

$$= \frac{-(x-1)+4}{(x-1)^3} = \frac{-x+1+4}{(x-1)^3} = \frac{5-x}{(x-1)^3}$$

	$(-\infty,-1)$	1	$(1,5)$	5	$(5,\infty)$
$5-x$	+	+	+	0	−
$(x-1)^3$	−	0	+	+	+
$f'(x)$	−	∄	+	0	−
crescimento de f	↘	∄	↗		↘

f não tem mínimo relativo; $x = 5$ é ponto de máx relativo.

f é crescente em $(1,5)$

f é decrescente em $(-\infty,-1) \cup (5,\infty)$.

$$f'(x) = -1(x-1)^{-2} + 4(x-1)^{-3}$$

$$f''(x) = 2(x-1)^{-3} - 12(x-1)^{-4}$$

$$= \frac{2}{(x-1)^3} - \frac{12}{(x-1)^4} = \frac{2(x-1)-12}{(x-1)^4}$$

$$f''(x) = \frac{2x-14}{(x-1)^4}$$

	$(-\infty,-1)$	1	$(1,7)$	7	$(7,\infty)$
$2x-14$	−	−	−	0	+
$(x-1)^4$	+	∄	+		+
$f''(x)$	−	∄	−		+
concavidade	∩		∩		∪

concavidade p/ cima : $(7,\infty)$

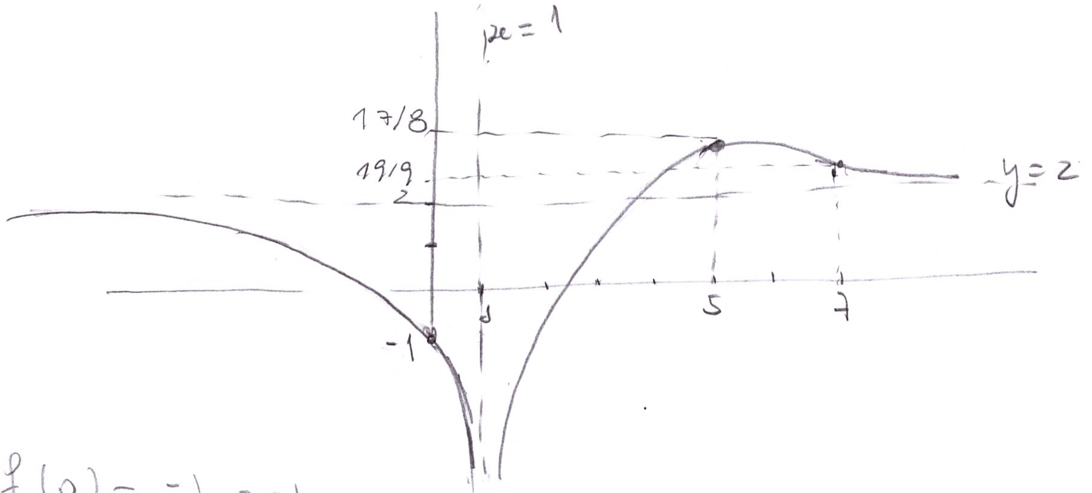
" p/ baixo : $(-\infty,-1) \cup (1,7)$

único ponto de inflexão $(7, f(7))$.

Q4) continuação

$$f(5) = \frac{2\times 25 - 3\times 5 - 1}{4^2} = \frac{50-15-1}{16} = \frac{34}{16} = \frac{17}{8}$$

$$f(7) = \frac{2\times 49 - 3\times 7 - 1}{6^2} = \frac{98-21-1}{36} = \frac{76}{36} = \frac{19}{9}$$



$f(0) = \frac{-1}{1} = -1$

ponto de máx relativo e absoluto em $x = 5$

valor máx absoluto $= f(5) = \frac{17}{8}$

imagem de $f = \left(-\infty, \frac{17}{8}\right]$.

f não tem mín absoluto pois $\lim_{x\to 1} f(x) = -\infty$