(Q1) $\pi\,(x^2+y^2) + 8\,\text{arctan}\left(\frac{y}{x}\right) = 0$

Derivando implicitamente,

$\pi\,(2x+2yy') + 8\,\frac{1}{1+\left(\frac{y}{x}\right)^2}\cdot\left(\frac{y}{x}\right)' = 0$

$2\pi\,(x + yy') + 8\cdot\frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}}\cdot\frac{xy'-y}{x^2} = 0$

ponto $(x,y)=(-1,1)$, $x=-1$ e $y=1$.

$2\pi\,(-1+y') + \cancel{8}^{\,4}\,\frac{1}{\cancel{1+1}}\cdot\frac{-y'-1}{1} = 0$

$-2\pi + 2\pi y' - 4y' - 4 = 0 \qquad (\div 2)$

$-\pi + \pi y' - 2y' - 2 = 0$

$(\pi - 2)\,y' = \pi + 2$

$y' = \frac{\pi+2}{\pi-2} = f'(-1)$

Eq. da reta tangente:

$y - \underbrace{f(-1)}_{=1} = \underbrace{f'(-1)}_{=\frac{\pi+2}{\pi-2}}\,(x-(-1))$

$$\boxed{y - 1 = \frac{\pi+2}{\pi-2}\,(x+1)}$$

(Q2) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x}\ln\left(\text{sen}\,\frac{1}{x}\right) = 0\ln(0) = 0.(-\infty)$, ind.

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln\left(\text{sen}\,\frac{1}{x}\right)}{x} = \frac{\infty}{\infty}$, ind

$\overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{\text{sen}\,(1/x)}\cdot\cos\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{1}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}\to 0}{\text{sen}\,\frac{1}{x}\to 0}\cdot\cos\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x}\right) = 1\,.\,1\,.\,(-0) = 0$ //

$\to 1$

outra maneira de simplificar aqui:

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-\cot\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} = \frac{-\infty}{\infty}$, ind

$\overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-\left(-\csc^2\frac{1}{x}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{2x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{-\csc^2 x}{2x^3} = \frac{-1}{\infty} = 0$ //

(Q3) $v(0)=10$

$v'(t)=a(t)=t^2-8t$

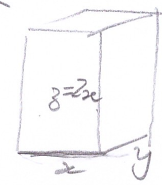
$\int v'(t)\,dt = \int (t^2-8t)\,dt$

$v(t)=\frac{t^3}{3}-\frac{8t^2}{2}+C$

$v(0)= 0-0+C=10 \Rightarrow C=10$

$$\boxed{v(t)=\frac{t^3}{3}-4t^2+10}$$

(Q4) $z=2x$ e $V=xyz=200$



$\Rightarrow x\cdot y\cdot 2x=200 \Rightarrow yx^2=100$

$y=\frac{100}{x^2}$

Área superficial $= xy+2xz+2yz=S(x)$

$S(x)=x\cdot\frac{100}{x^2}+2x\cdot 2x+2\cdot\frac{100}{x^2}\cdot 2x$

$S(x)=\frac{500}{x}+4x^2 \quad , \quad x>0$

$S'(x)=-\frac{500}{x^2}+8x=\frac{-500+8x^3}{x^2}=0$

$8x^3=500$

$x^3=\frac{500}{8}=\frac{125}{2} \Rightarrow x=\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$

		$5/\sqrt[3]{2}$	
$8x^3-500$	$-$	0	$+$
x^2	$\searrow$		$\nearrow$

logo $x=\frac{5}{\sqrt[3]{2}}=\frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$ é ponto de mín relativo

Como é o único ponto crítico, também é ponto de mín absoluto

Logo as dimensões são de área mínima são: base — $x=\frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$ //

$y=4\sqrt[3]{4}$ //

altura $\rightarrow z=5\sqrt[3]{4}$ //

$y=\frac{100}{x^2}$ e $x=\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$

$y=\frac{100}{\frac{25}{\sqrt[3]{4}}}=4\sqrt[3]{4}$

(Q5) $f(x) = \begin{cases} x \ln|x| & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$

dom: $|x| > 0$, $|x| \neq 0 \iff x \neq 0$, mas como f está definida em $x = 0$,

dom $f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} x \ln|x| = 0 \cdot \ln(0) = 0 \cdot (-\infty) \quad \text{ind}$$

$$\overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\ln|x|}{\frac{1}{x}} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0} -x = 0$$

logo, f é contínua em $x = 0$

f é contínua em $x \neq 0$ pois é produto e composição de contínuas.

Portanto f é contínua em $\mathbb{R}$.

e não tem assíntota vertical.

AH: $\lim_{x\to\infty} x \ln|x| = \infty \cdot \infty = \infty$
$\lim_{x\to -\infty} x \ln|x| = -\infty \cdot \infty = -\infty$ $\Rightarrow$ não tem AH.

$x \neq 0$

$$f'(x) = x \frac{1}{x} + \ln|x| = 1 + \ln|x|$$

$x = 0$; $f'_+(0) = \lim_{x\to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0} \frac{x \ln|x| - 0}{x} = \lim_{x\to 0} \ln|x| = -\infty$

$\Rightarrow \nexists f'(0)$.

$f'(x) = 1 + \ln|x| = 0 \iff \ln|x| = -1 \iff |x| = e^{-1}$
$x = \pm e^{-1}$
$x = \pm \frac{1}{e}$

$1 + \ln|x| > 0 \iff \ln|x| > -1$
$|x| > e^{-1}$
$x > e^{-1}$ ou $x < -e^{-1}$

		$-\frac{1}{e}$		0		$\frac{1}{e}$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$-$	0	$+$
crescimento	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

ponto de máx relativo: $x = -\frac{1}{e}$, $f\left(-\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e} \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}(0 - 1) = \frac{1}{e}$

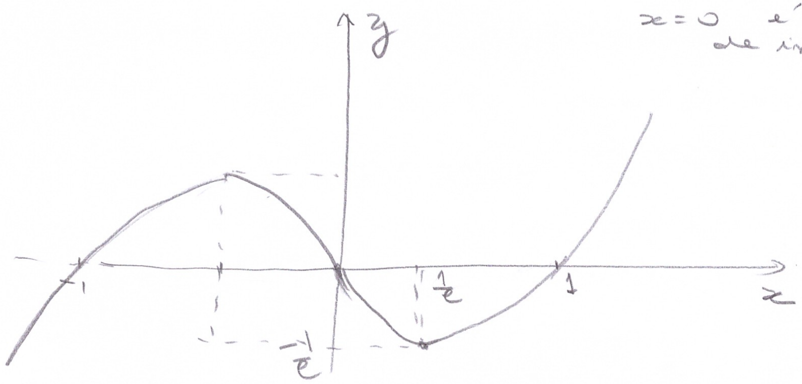
" " mín relativo: $x = \frac{1}{e}$, $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$

$f'(x) = 1 + \ln|x|$

$f''(x) = \dfrac{1}{x}$;

		0	
$f''(x)=\frac{1}{x}$	$-$	$\nexists$	$+$
concavidade	$\frown$		$\smile$

$x = 0$ é ponto de inflexão.



não tem máx absoluto pois $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

" " mín " pois $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

Imagem $= (-\infty, \infty)$.