

Nome \_\_\_\_\_  
Matrícula \_\_\_\_\_

08/07/2013

Nota: \_\_\_\_\_

**VR de CÁLCULO III-A**  
Turma G1 - Prof<sup>a</sup> Marlene

ATENÇÃO, leia antes de começar a prova:

- Em qualquer questão não basta a resposta, é preciso escrever a resolução ou justificativa.
- As questões podem ser resolvidas em qualquer ordem e podem ser feitas a lápis ou caneta.
- Ninguém poderá sair da sala durante a prova.

BOA PROVA!

Questão 1 (valor: 3,0)

(a) Seja  $D$  a região interior ao círculo de equação  $x^2 + y^2 = 2x$ , compreendida entre as retas  $y = x$  e  $y = -x$ .

Indique  $\iint_D f(x,y) dx dy$  como integral iterada nas duas possíveis ordens e como integral iterada em coordenadas polares.

(b) Considere a curva  $C = C_1 \cup C_2$ , onde  $C_1$  é o semicírculo  $x^2 + y^2 = 2x$ , percorrido no sentido anti-horário, de  $(1, -1)$  [o ponto foi corrigido durante a prova] para  $(1, 1)$  e  $C_2$  é o segmento de reta de  $(1, 1)$  para  $(0, 0)$ .

Calcule a integral de linha  $\int_C (x^2 + y^2)^{3/2} dx + x dy$ .

Questão 2 (valor: 2,0)

Calcule a massa do sólido  $W$  interior à superfície esférica  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ , compreendida entre o plano  $z = 0$  e a superfície cônica  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , se a densidade de massa em cada ponto  $P$  de  $W$  é diretamente proporcional a distância de  $P$  ao plano  $xy$ .

Questão 3 (valor: 1,5)

Considere a curva  $C$  interseção da superfície cilíndrica  $z = 4 - x^2$  com o plano  $x + y = 1$ , no primeiro octante, percorrida no sentido decrescente da variável  $x$ . Calcule o trabalho realizado pela força  $\vec{F}(x, y, z) = (-z, 2x, 3y)$  para deslocar uma partícula ao longo de  $C$ .

Questão 4 (valor: 2,0)

Sejam  $\vec{F}(x, y, z) = (-2x, -2y, 4z)$  e a superfície  $S$  de equação  $x + y + z = 4$  situada no interior de  $x^2 + y^2 = 4$ .

(a) Parametrize  $S$  e calcule  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ ,  $\vec{n}$  com componente  $z$  positiva.

(b) Sejam  $S_1$  o plano  $z = 0$  no interior de  $x^2 + y^2 = 4$ , com normal apontando para baixo e  $S_2$  a superfície  $x^2 + y^2 = 4$  entre os planos  $z = 0$  e  $x + y + z = 4$ , com normal exterior. Calcule  $\iint_{S_1 \cup S_2} \vec{F} \cdot \vec{n} dS$ .

Questão 5 (valor: 1,5)

Considere a curva  $C$  formada pelos quatro lados do retângulo sobre o plano  $x + y = 1$ , percorrida no sentido  $A, B, C, D, A$ , sendo  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (0, 1, 0)$ ,  $C = (0, 1, 1)$ ,  $D = (1, 0, 1)$ .

Calcule  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , sendo  $F(x, y, z) = (2x, f(y), 2y)$ ,  $f$  uma função de classe  $C_1$ .