(Q1) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{3x} - xe^3}{\sqrt[3]{x} - 1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$

f será contínua em $x = 1$, se $\exists \lim_{x \to 1} f(x) = f(1) = a$.

$\lim_{x \to 1} \dfrac{e^{3x} - xe^3}{\sqrt[3]{x} - 1} = \dfrac{e^3 - e^3}{1 - 1} = \dfrac{0}{0}$, indeterminado

$\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$

$(\sqrt[3]{x})' = \dfrac{1}{3} x^{-2/3}$

$\overset{L'H}{=} \lim_{x \to 1} \dfrac{3e^{3x} - e^3}{\frac{1}{3} x^{-2/3} - 0} = \dfrac{3e^3 - e^3}{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 2e^3$

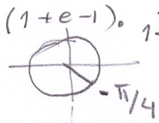
Logo $\boxed{a = 6e^3}$

(Q2) $F(x) = (\text{sen}(g(x)))^3 + e \cdot (\ln(x + e - 1))^2$

$F'(x) = 3(\text{sen}(g(x)))^2 \cdot \cos(g(x)) \cdot g'(x) + e \cdot 2(\ln(x+e-1)) \cdot \dfrac{1}{x+e-1}$

para $x = 1$,

$F'(1) = 3(\text{sen}(g(1)))^2 \cdot \cos(g(1)) \cdot g'(1) + e \cdot 2\ln(1+e-1) \cdot \dfrac{1}{1+e-1}$



$g(1) = -\pi/4$, $g'(1) = \sqrt{2}$,

$F'(1) = 3(\text{sen}(-\pi/4))^2 \cdot \cos(\frac{-\pi}{4}) \cdot \sqrt{2} + 2e \cdot \underbrace{\ln(e)}_{=1} \cdot \dfrac{1}{e}$

$F'(1) = 3\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \left(+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \sqrt{2} + 2$

$F'(1) = 3 \times \dfrac{1}{2} \cdot (+1) + 2 = +\dfrac{3}{2} + 2 = \dfrac{7}{2}$ //

(Q3) x, y são dois números reais, $x > 0$, $y > 0$

$xy = 144 \Rightarrow y = \dfrac{144}{x}$

Soma mínima de $x^2 + 3y = x^2 + \dfrac{3 \times 144}{x} = S(x)$, $x > 0$

$S(x) = x^2 + \dfrac{3 \times 144}{x}$

$S'(x) = 2x - \dfrac{3 \cdot 144}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 3 \times 144}{x^2}$

$2x^3 - 3 \times 144 = 0$

$2x^3 = 3 \times 144$

$x^3 = \dfrac{3 \times 144}{2}$

$x^3 = 3 \times 72$

$x^3 = 3 \times 9 \times 8$

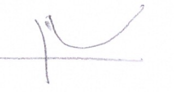
$x = \sqrt[3]{27 \times 8} = 3 \times 2$

$\boxed{x = 6}$

$x = 6$ é o único ponto crítico em $(0, \infty)$

$\lim_{x \to 0} x^2 + \dfrac{3 \times 144}{x} = \infty$

$\lim_{x \to \infty} x^2 + \dfrac{3 \times 144}{x} = \infty$



o único ponto crítico é ponto de mínimo relativo e absoluto de $S(x)$

$x = 6$, $y = \dfrac{144}{6} = 24$

Os números são 6 e 24 //

(Q4) $f'(x) = \dfrac{4}{\sqrt[3]{x^2}} - 2x + 10$, $f(8) = 10$.

(a) Eq. da reta tangente em $x = 8$

$y - f(8) = f'(8)(x-8)$; $f'(8) = \dfrac{4}{\sqrt[3]{8^2}} - 16 + 10$

$y - 10 = -5(x-8)$ $\qquad = \dfrac{4}{2^2} - 6 = -5$

$y - 10 = -5x + 40$

$\boxed{5x + y = 50}$

(b) $\int f'(x)\,dx = \int (4x^{-2/3} - 2x + 10)\,dx$

$f(x) = \dfrac{4x^{1/3}}{\frac{1}{3}} - \dfrac{2x^2}{2} + 10x + C$, $f(8) = 10$

$f(8) = 3 \times 4 \times \sqrt[3]{8}\,) - 64 + 80 + C = 10$

$24 - 64 + 80 + C = 10$

$40 + C = 10 \Longrightarrow \boxed{C = -30}$

Logo $\boxed{f(x) = 12\sqrt[3]{x} - x^2 + 10x - 30}$

—— x —————— x —————— x ——

(Q5) $f(x) = \dfrac{x^3}{x-2}$

a) domínio $= (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

f está definida e é contínua em $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

$f'(x) = \dfrac{(x-2).3x^2 - x^3.1}{(x-2)^2} = \dfrac{x^2[3x - 6 - x]}{(x-2)^2} = \dfrac{x^2(2x-6)}{(x-2)^2}$

$f'(x) = \dfrac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2} = \dfrac{2(x^3 - 3x^2)}{(x-2)^2}$

	$(-\infty,0)$	0	$(0,2)$	$(2,3)$	3	$(3,\infty)$
$2x^2$	+	0	+	+	+	+
$x-3$	−	−	−	−	0	+
$(x-2)^2$	+	+	+	+	+	+
$f'(x)$	−	0	−	−		+
	↘		↘	↘		↗

pontos críticos: $x = 0$ e $x = 3$.

$x = 0$ não é ponto de máx nem de mínimo relativo

$x = 3$ é ponto de mín relativo

decrescente : $(-\infty, 0) \cup (0, 2) \cup (0, 2)$

crescente : $(3, \infty)$

$f''(x) = 2\,\dfrac{(x-2)^2(3x^2 - 6x) - (x^3 - 3x^2).2(x-2)}{(x-2)^4}$

$= 2\,\dfrac{(x-2)\cdot 3x(x-2) - x^2(x-3).2}{(x-2)^3}$

$= 2x\,\dfrac{[3(x-2)^2 - 2x(x-3)]}{(x-2)^3}$

$$f''(x) = \frac{2x\,[3(x^2-4x+4) - 2x^2+6x]}{(x-2)^3}$$

$$= \frac{2x\,[3x^2-12x+12-2x^2+6x}{(x-2)^3}$$

$$= \frac{2x\,[x^2-6x+12]}{(x-2)^3}$$

$$= \frac{2x\,(x^2-6x+12)}{(x-2)^3}$$

$x^2-6x+12=0$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-48}}{2}$

não tem solução real

	$(-\infty,0)$	0	$(0,2)$	$(2,\infty)$
$2x$	$-$	0	$+$	$+$
$x^2-6x+12$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x-2)^3$	$-$	$-$	$-$	$+$
$f''(x)$	$+$		$-$	$+$
concavidade	cima		baixo	cima

$x=0$ é ponto de infle

Assíntotas verticais? $x=2$

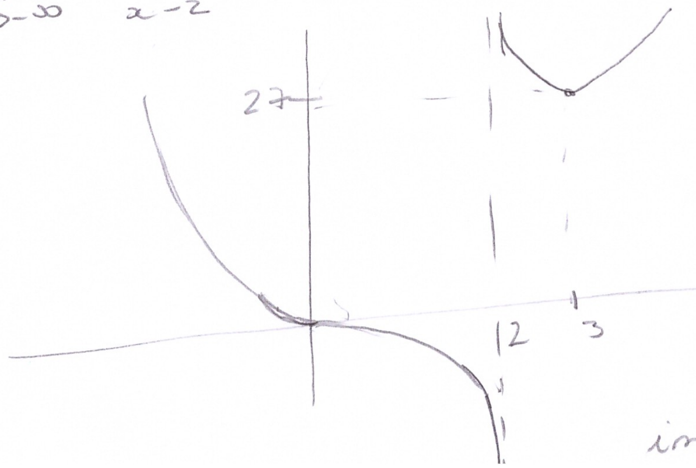
$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x^3}{x-2} = \frac{2}{0^-} = -\infty \Rightarrow x=2 \text{ é AV}$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^3}{x-2} = \frac{2}{0^+} = \infty$$

Assíntotas horizontais?

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x-2} = \frac{\infty}{\infty} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to\infty} 3x^2 = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^3}{x-2} = \frac{-\infty}{-\infty} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to-\infty} 3x^2 = \infty$$



$f(3) = \frac{27}{3-2} = 27$

$f(0) = \frac{0}{-2} = 0$

f não possui máx nem mín absoluto pois $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$

imagem $= (-\infty, \infty)$