Nome ____ 13/08/2013 Nota: ______
Matrícula ____________________

VS de CÁLCULO III-A

Turma G1 - Prof$^{\underline{a}}$ Marlene

Questão 1 (valor: 3,0)

(a) Seja D a região no primeiro quadrante limitada superiomente pela curva de equação $3x^2 + y = 4$ e inferiormente pela reta $y = x$.

Indique $\displaystyle\iint_D f(x,y)dxdy$ como integral iterada nas duas possíveis ordens e como integral iterada em coordenadas polares.

(b) Calcule a integral de linha $\displaystyle\int_C (2y - f(x))\ dx + \left(6x - y^3\right)\ dy$, sendo f de classe C^1 e a curva $C = C_1 \cup C_2 \cup C3$, onde C_1 é a curva de equação $3x^2 + y = 4$, percorrida no sentido crescente de y, C_2 o segmento de reta de $(0,4)$ para $(0,0)$ e C_3 o segmento de reta de $(0,0)$ para $(1,1)$.

Questão 2 (valor: 2,0)

Considere o sólido W delimitado inferiormente pela superfície cônica $z = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$, superiormente pelo plano $z = 1$ e a densidade de massa em cada ponto P de W diretamente proporcional a distância de P ao eixo z.

Indique (não calcule!) a massa de W como integral tripla em coordenadas retangulares, em coordenadas cilíndricas e em coordenadas esféricas.

Questão 3 (valor: 1,5)

Considere a curva C parametrizada por $\vec{r}(t) = (\cos t, 1 + \operatorname{sen} t, \operatorname{sen} t + \cos t)$, $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$ e o campo vetorial $\vec{F}(x,y,z) = (2xy - z^2, x^2, -2xz)$.

O campo $\vec{F}$ é conservativo? justifique a resposta. Calcule $\displaystyle\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Questão 4 (valor: 1,5)

Considere a curva C interseção da superície cilíndrica $x^2 + z^2 = 4$, com o plano $x + y = 1$, no primeiro octante, percorrida no sentido crescente da variável z, e o campo vetorial $\vec{F}(x,y,z) = (2, 3, x + y + z)$.

O campo $\vec{F}$ é conservativo? justifique a resposta. Calcule $\displaystyle\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Questão 5 (valor: 2,0)

Sejam $\vec{F}(x,y,z) = (x, 2y, 3z)$ e S a parte da superfície plana de equação $x + z = 2$, situada no primeiro octante e delimitada pelo plano $2x + y = 2$.

(a) Parametrize S e calcule $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n}\ dS$, $\vec{n}$ com componente z positiva.

(b) Sejam $S_1,\ S_2,\ S_3,\ S_4$ superfícies no primeiro octante, S_1 é a parte do plano $2x + y = 2$ tal que $x + z \le 2$; S_2 é a parte do plano $z = 0$ tal que $2x + y \le 2$; S_3 é a parte do plano $x = 0$ tal que $0 \le y \le 2,\ 0 \le z \le 2$; S_4 é a parte do plano $y = 0$ tal que $x + z \le 2$ *e* $0 \le x \le 1$.

Seja W o sólido aberto no primeito octante delimitado pelas superfícies $S_1,\ S_2,\ S_3,\ S_4$, todas com normal apontando para fora de W. Usando o teorema de Gauss, calcule $\displaystyle\iint_{S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4} \vec{F} \cdot \vec{n}\ dS$.
