Nome ________________________________ 17/07/2012 Nota: ______

VS de CÁLCULO III-A

Turma I1 - Prof$^{\underline{a}}$ Marlene

Questão 1 (valor: 4,0)

Seja $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 2y \text{ e } y \geq |x|\}$.

(a) Indique $\displaystyle\iint_D f(x, y)\ dxdy$ como integral iterada em coordenadas retangulares, nas duas possíveis ordens de integração.

(b) Indique $\displaystyle\iint_D f(x, y)\ dxdy$ como integral iterada em coordenadas polares.

(c) Se uma partícula percorre uma vez a fronteira da região D no sentido anti-horário, sob a ação de uma força $\vec{F} = (2y + e^{x+y})\,\vec{i} + (4x + e^{x+y})\,\vec{j}$, calcule o trabalho realizado pela mesma.

(d) Se uma lâmina delgada tem a forma da região D e tem densidade de massa constante, encontre as coordenadas do centro de massa dessa lâmina.

Questão 2 (valor: 2,0)

Parametrize a curva C de interseção da superfície de equação $x^2 + y^2 = 4$ com o plano $x + z = 4$, no 1o. octante, de $(2, 0, 2)$ para $(0, 2, 4)$ e calcule $\displaystyle\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ se a função $\vec{F}(x, y, z) = (y, 0, x + z)$.

Questão 3 (valor: 4,0)

Seja W o sólido limitado superiormente pela superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e inferiormente pelo plano $z = 1$.

(a) Prove que o volume do sólido W é igual a $\dfrac{5\pi}{3}$ unidades de volume.

(b) Se S é a superfície plana de equação $z = 1$ situada dentro da superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $\vec{F}(x, y, z) = (x + z, y + z, z)$ e $\vec{n}$ apontando para cima, calcule $\displaystyle\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n}\ dS$.

(c) Use o Teorema de Gauss para calcular $\displaystyle\iint_{S_2} \vec{F} \cdot \vec{n}\ dS$, onde S_2 é superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ situada acima do plano $z = 1$, com normal $\vec{n}$ apontando no sentido de afastamento da origem.
