GABARITO da VE3 – CALCULO I -A- turma F1 Profa. Marlene – 2012-2 pág. 1 / 3 .

(1)(a) $\lim_{x\to 1} \frac{\overset{\to 0}{\tan(\pi/x)} - \overset{\to 0}{\operatorname{sen}(\pi/x)}}{\underset{\to 1}{x} + \underset{\to -1}{\sec(\pi x)}} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 1} \frac{(\overset{1}{\sec^2(\pi/x)})(-\frac{\pi}{x^2}) - \overset{-1}{\cos(\frac{\pi}{x})}\cdot(\frac{-\pi}{x^2})}{1 + (\underset{-1}{\sec(\pi x)})\,\underset{\to 0}{\tan(\pi x)}\,\pi}$

$= \frac{-\pi-\pi}{1+0} = -2\pi$ //

(b) $\lim_{x\to 0} (\overset{1}{\cosh(x)})^{\frac{1}{x}\to \infty \text{ ou } -\infty} = \lim_{x\to 0} e^{\boxed{\frac{1}{x}\ln(\cosh(x))}}$ $h(x)$

$\lim_{x\to 0} h(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\overset{\to 0}{\ln(\cosh(x))}}{\underset{\to 0}{x}} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{\cosh x}(\operatorname{senh} x)}{1} = 0$

Logo $\lim_{x\to 0} (\cosh(x))^{\frac{1}{x}} = e^0 = 1$ //

---

2) $f(x) = x\,e^{1-x} = \frac{x}{e^{x-1}}$

(a) dom $f = (-\infty,\infty) = \mathbb{R}$, contínua em $\mathbb{R}$, logo não tem assíntota vertical.

AH: $\lim_{x\to\infty} \frac{\overset{\to\infty}{x}}{\underset{\to\infty}{e^{x-1}}} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{1}{e^{x-1}} = 0 \Rightarrow$ Equação de A.H.: $y = 0$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{\overset{\to-\infty}{x}}{\underset{\to 0}{e^{x-1}}} = \lim_{x\to\infty} \overset{-\infty}{x}\,.\,e^{\overset{\to\infty}{1-x}} = -\infty$

$f'(x) = x\,.\,e^{1-x}(-1) + e^{1-x} = e^{1-x}(-x+1)$, $e^{1-x} > 0 \ \forall x$

$f'(x)$ $\quad + \ \underset{1}{|} \ - \quad$ ↗ ↘ , f é crescente em $(-\infty, 1)$
decrescente em $(1, \infty)$

f tem máximo relativo em $x = 1$

f não tem mínimo relativo porque só possui um ponto crítico.

$f''(x) = e^{1-x}(-1) + e^{1-x}(-1).(-x+1) = e^{1-x}(-1+x-1)$

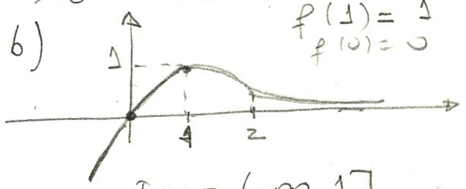
$f''(x) = e^{1-x}(x-2)$, $e^{1-x} > 0 \ \forall x$

$f'(x)$: $\quad - \ \underset{2}{|} \ + $

concavidade p/baixo para cima

ponto de inflexão em $x = 2$.

b)



$f(1) = 1$
$f(0) = 0$

$\mathrm{Im} = (-\infty, 1]$.

3) base quadrada de lado x
altura y

Área superficial $= x^2 + 4xy$, $x > 0$

Volume $= x^2 y = 4000 \Rightarrow y = \frac{4000}{x^2}$

Área superficial $= A(x) = x^2 + 4x\frac{4000}{x^2} = x^2 + \frac{16000}{x}$

$A(x) = x^2 + \frac{16000}{x}$, $x > 0$

$A'(x) = 2x - \frac{16000}{x^2} = \frac{2x^3 - 16000}{x^2} = \frac{2(x^3 - 8000)}{x^2}$, $x^2 > 0$

$x^3 - 8000 = 0$ $A'(x)$: $\overset{-}{} \underset{20}{|} \overset{+}{}$

$x^3 = 8000$ $\searrow \nearrow$

$\boxed{x = 20} \Rightarrow$ ponto de mínimo relativo, como é o único ponto crítico é ponto de mínimo absoluto.

$y = \frac{4000}{20^2} = \frac{4000}{400} = 10$

Solução: base quadrada de 20 dm
altura = 10 dm.

---

4) (a) $\int \frac{2(1-\cos^2 x) - 3\,\text{sen}\,x\cos x + 4x^{-1}\text{sen}\,x}{\text{sen}\,x}\,dx =$

$= \int \left(2\frac{\text{sen}^2 x}{\text{sen}\,x} - 3\cos x + \frac{4}{x}\right)dx = \int \left(2\,\text{sen}\,x - 3\cos x + \frac{4}{x}\right)dx$

$= -2\cos x - 3\,\text{sen}\,x + 4\ln|x| + C$ //

(b)(i) $a(t) = x''(t) = t^2 - 13t + 40 = v'(t)$

$t^2 - 13t + 40 = 0$

$t = \frac{13 \pm \sqrt{169-160}}{2}$

$= \frac{13 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{16}{2} = 8 \\ \frac{10}{2} = 5 \end{cases}$

$v'(t)$: $\underset{0}{|} \overset{+}{} \underset{5}{|} \overset{-}{} \underset{8}{|} \overset{+}{} \underset{15}{|}$

$v(t)$ é $\nearrow \quad \searrow \quad \nearrow$

velocidade máxima relativa em $t = 5$ seg
" mínima relativa em $t = 8$ seg

4) (b) (ii) $x''(t) = a(t) = t^2 - 13t + 40$

$$x'(t) = v(t) = \int (t^2 - 13t + 40)\,dt =$$

$$x'(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{13t^2}{2} + 40t + C_1$$

como $v(0) = 10$, $v(0) = 0 - 0 + 0 + C_1 \Rightarrow \boxed{C_1 = 10}$

Logo $\boxed{v(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{13t^2}{2} + 40t + 10} = x'(t)$

$$x(t) = \int x'(t)\,dt = \int \left(\frac{t^3}{3} - \frac{13t^2}{2} + 40t + 10\right) dt =$$

$$= \frac{t^4}{12} - \frac{13t^3}{6} + \frac{40t^2}{2} + 10t + C_2$$

como $\left.\begin{array}{l} x(0) = 0 \\ x(0) = 0 - 0 + 0 + 0 + C_2 \end{array}\right\} \Rightarrow C_2 = 0$

Logo $\boxed{x(t) = \frac{t^4}{12} - \frac{13t^3}{6} + 20t^2 + 10t}$