

uff Universidade Federal Fluminense

EGM - Instituto de Matemática

GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 5 - 2015-1

Números reais: estimativas

Potências inteiras e racionais

Gráfico de função potência.

1. Coloque em ordem crescente a seguinte lista de números reais. Para ordenar, inicialmente use apenas propriedades de ordem dos reais. Ao final, confira sua lista usando máquina de calcular.

$$\frac{3}{20}; \quad \frac{-7}{45}; \quad -\frac{\sqrt{28} - \sqrt{14}}{10}; \quad -\frac{3}{20}; \quad \frac{\sqrt{14} - \sqrt{28}}{-10}; \quad \frac{7}{45}$$

2. Sabe-se que uma estimativa de π em um intervalo de amplitude $0,001$ é $3,141 < \pi < 3,142$.

(a) Encontre uma estimativa de $\frac{2}{\pi}$ dentro de intervalo com variação máxima de $0,01$.

(b) Encontre uma estimativa de $3 - \pi$ dentro de intervalo de amplitude $0,001$.

(c) Encontre uma estimativa de $\frac{2}{3 - \pi}$ dentro de intervalo com duas casas decimais, se usamos apenas propriedades de ordem. Qual é a amplitude do intervalo correspondente?

3. Sabe-se que $0,21 < a < 0,22$. Encontre estimativa para $a^2 - a + 4$.

4. Sabe-se que $-\frac{3}{5} < x < -\frac{1}{3}$. Encontre estimativa para $x^2 - x + 4$. Deixe a resposta em forma de fração.

5. Sabe-se que $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$. Faça uma estimativa de $\frac{3\sqrt{5} - 8}{\sqrt{5}}$.

6. Sabe-se que $1,9 < a < 2$ e $-2,2 < b < -2,1$. Faça estimativas de:

(a) $a + b$

(b) $a - b$

(c) $\frac{a + b}{a - b}$

7. Encontre os intervalos da reta real para os quais as expressões a seguir estão bem definidas para todo x pertencente aos intervalos.

(a) $(x - 1)^{4/9}$

(f) $(x - 1)^{54/36}$

(k) $(x - 1)^{4,25}$

(b) $(x - 1)^{-4/9}$

(g) $(x - 1)^{4,2}$

(l) $(x - 1)^{4,26}$

(c) $(x - 1)^{9/4}$

(h) $(x - 1)^{4,3}$

(m) $(x - 1)^{4,2}$

(d) $(x - 1)^{-9/4}$

(i) $(x - 1)^{4,4}$

(n) $(x - 1)^{4,25}$

(e) $(x - 1)^{36/54}$

(j) $(x - 1)^{4,5}$

8. Encontre o(s) intervalo(s) $I \in \mathbb{R}$ para os quais cada expressão está bem definida $\forall x \in I \cap \mathbb{Q}$.

(a) $(x - 1)^x$

(b) $(1 - x)^{x-1}$

(c) $[(1 - x)(2 + x)]^{1-x}$

(d) $[(x - 1)(2 + x)]^{1-x}$

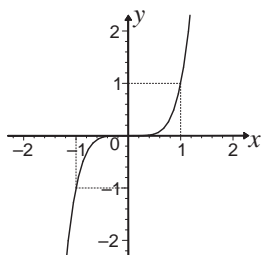
9. Prove que $\left(\frac{a^{1/2} + 1}{a^{1/2} - 1} + \frac{a^{1/2} - 1}{a^{1/2} + 1} - \frac{4}{a - 1}\right)^{-3} = \frac{1}{8}$, $\forall a > 0, a \neq 1$.

10. Suponha que existe $a \in \mathbb{R}$ tal que $(15)^a = 4$ e suponha também que todas as propriedades de potência racional também são válidas para potência real. Calcule $\frac{(15^{3a}) \times (30)^{1-a}}{2^{-a}}$.

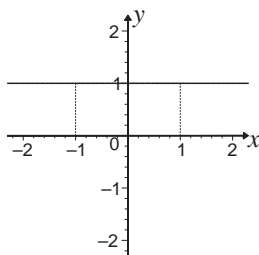
11. Se $a, b \in \mathbb{R}$, prove que $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b} \iff a < b$.

12. Se $a, b \in \mathbb{R}$, $a, b \geq 0$, prove que $\sqrt{a} < \sqrt{b} \iff a < b$.

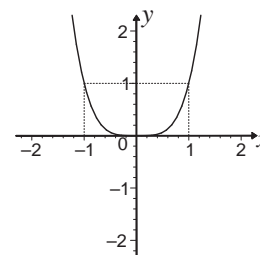
13. Cada figura abaixo representa o gráfico de função com potência constante e inteira. Admita que nessas funções o domínio e o contradomínio são subconjuntos dos reais e o contradomínio coincide com a imagem.



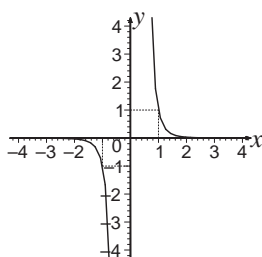
$f(x) = x^a$



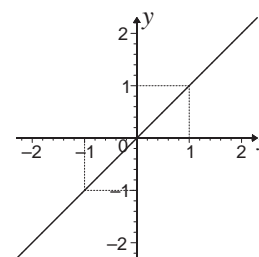
$g(x) = x^b$



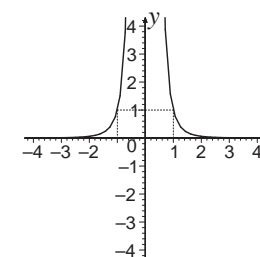
$h(x) = x^c$



$r(x) = x^d$



$s(x) = x^e$



$t(x) = x^f$

- (a) Para cada função, diga se a potência é par ou se a potência é ímpar.
- (b) Para cada função, diga se a potência é positiva, negativa ou nula.
- (c) Sabendo-se que gráficos de funções injetoras só podem ser cortados uma única vez por retas horizontais, diga quais dos gráficos representam funções injetoras.
- (d) Considerando como domínio o conjunto dos números reais ou o conjunto dos reais sem o zero, identifique quais dessas funções admite inversa. Encontre a expressão da inversa.
- (e) Para as funções do item anterior que não admitem inversa, encontre, se possível, dois conjuntos disjuntos A e B para que a função admita inversa em cada um deles. Para cada conjunto considerado como domínio, encontre a expressão da função inversa.
- (f) Lembrando que o gráfico da função inversa é o simétrico do gráfico da função direta em relação à reta $y = x$, ou dizendo de outra forma, o gráfico da inversa é uma reflexão do gráfico da direta em torno da reta $y = x$, esboce o gráfico de cada função inversa dos itens (d) e (e).

14. Estão esboçados abaixo os gráficos de

$y = x^{-6}; y = x^{-2}; y = x^{-1}; y = x^{-3}; y = x^0; y = x^1; y = x^3; y = x^{13}; y = x^6.$

Para os valores de x do domínio de cada função, identifique os gráficos nos seguintes intervalos:

- (a) $x \geq 1$
- (b) $0 \leq x < 1$
- (c) $x < -1$
- (d) $-1 < x < 0$

