



Universidade Federal Fluminense  
EGM - Instituto de Matemática  
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

## LISTA 8 - 2015-1

Polinômios

- Use o método da chave para efetuar a divisão de  $p(x) = x^6 - 2x^4 + x^2 - x - 2$  por  $d(x) = x^2 + x - 1$ .
- O objetivo desse exercício é escrever  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2(x^2 - 1)}$  como uma soma de frações parciais mais simples. Assim, determine  $A, B, C, D$ , tais que  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2(x^2 - 1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x + 1} + \frac{D}{x - 1}$ .
- Determine os valores de  $a$ , tais que o resto da divisão de
  - $p(x) = x^4 + 4x^3 - a^2x^2 + 3ax - 1$  por  $(x - 1)$  seja 0.
  - $p(x) = x^3 - |a|x^2 + ax - 1$  por  $(x + 1)$  seja -2.
- Determine  $a$  e  $b$ , tais que:
  - o resto da divisão de  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$  por  $(x - 1)$  e  $(x + 1)$  seja, respectivamente, 2 e 1.
  - $p(x) = x^5 - ax^4 + bx^3 + (a + 1)x^2 + (2a + b)x - ab - 2$  possua raiz nula com multiplicidade 2.
  - $x = 1$  seja raiz com multiplicidade 2 do polinômio  $p(x) = x^4 + ax^3 + (2 + b)x^2 + 2ax + 2b$ .
- Determine o polinômio de grau 3, mônico (o coeficiente do termo de maior grau é 1), tal que 1 e 2 são raízes do polinômio e  $p(3) = 30$ .
- Use Briott-Ruffini para checar a fórmula  $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$ .
- Qual é o grau do polinômio  $p(x) = (x - 1)(x - 2)^2(x - 3)^3 \dots (x - 100)^{100}$ ?
- Se  $p(x) = x^4 - 3x^3 + 5x^2 + mx + n$  é divisível por  $x^2 - 3x + 2$ , então  $m.n$  é igual a \_\_\_\_\_.
- Se  $p(-2) = 0$ , determine uma raiz de  $q(x) = p(x + 2)$  e duas raízes de  $g(x) = p(x - x^2)$ .
- Mostre que  $p(x) = 2x^3 - x + 3$  tem uma raiz irracional (não precisa determinar a raiz).
  - Mostre que  $\sqrt[n]{a}$  é inteiro ou irracional,  $\forall n, a \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .
- Mostre que  $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ .  
  
★Sugestão: Construa um polinômio com coeficientes inteiros que tenha como raiz  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ . Faça a pesquisa de raízes racionais.
- Mostre que se dois polinômios de grau 2 tiverem 3 pontos em comum, então eles são iguais.
  - Generalize o item (a): mostre que se dois polinômios de grau  $n$  tiverem  $n + 1$  pontos em comum, então eles são iguais.
- Verifique se cada afirmativa abaixo é *falsa* ou *verdadeira*. Se *falsa*, dê um contraexemplo, se *verdadeira*, demonstre-a.
  - A soma entre dois polinômios de grau 4 pode ter grau 3.
  - O quociente entre dois polinômios é sempre um polinômio.
  - Se dois polinômios têm as mesmas raízes, então eles são iguais.
  - O polinômio  $p(x) = (x^2 + 2)^5(x^7 - 3)$  tem grau 17.
  - Se  $p(x)$  tem grau 4 e possui 4 raízes reais  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , então  $p(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$
- Encontre as raízes e fatore os polinômios.
  - $p(x) = 6x^3 + 7x^2 - 1$
  - $p(x) = 2x^3 + 9x^2 + 15x + 9$
  - $p(x) = x^4 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}$

15. Dados  $p(x) = 6x^3 + 7x^2 - 1$  e  $q(x) = 2x^3 + 9x^2 + 15x + 9$  (do ex.14), determine o domínio de:

(a)  $E(x) = \sqrt{p(x)}$

(b)  $E(x) = \frac{x - \frac{1}{2 - 4\sqrt{x}}}{\sqrt[5]{p(x)}}$ .

(c)  $E(x) = \frac{1}{\sqrt{p(x)}} - \frac{1}{\sqrt[3]{q(x)}}$ .

16. Estude o sinal:

(a)  $E(x) = 4x^4 - 5x^3 - 11x^2 + 11x - 2$

(b)  $E(x) = 6x^5 - 27x^4 + 39x^3 - 21x^2 + 12$

17. Resolva:

(a)  $\frac{(x^3 - 2x + 1)(|x| - 1)}{x} \geq \frac{(x - 1)(|x| - 1)}{x}$

(b)  $|x^3 + \frac{x}{2} + 6| - |\frac{x}{2} + 6| - x = 0$

18. Esboce os gráficos de:

(a)  $E(x) = \frac{|x^3 - 3x + 2|}{x - 1}$ .

(b)  $F(x) = \left| \frac{x^3 - 3x + 2}{x - 1} \right|$