RESPOSTAS DA LISTA 8 (alguns estão com a resolução ou o resumo da resolução):

1. $p(x) = (x^2 + x - 1)(x^4 - x^3 - x + 2) - 4x$.
2. $A = 1$, $B = -1$, $C = -3/2$, $D = 1/2$.
3. (a) $a = 4$ ou $a = -1$. (b) $a \leq 0$.
4. (a) $a = 1/2$ e $b = -1/2$ (b) $\{a = 1$ e $b = -2\}$ ou $\{a = -1$ e $b = 2\}$ (c) $a = -2$, $b = 1$ neste caso, $p(x) = (x-1)^2(x^2+2)$.
5. $p(x) = (x-1)(x-2)(x+12)$
7. Gr(p(x))=1+2+3+...+100=5050 (Uma PA, com r=1).
8. $m \cdot n = -54$.
9. $x = -4$ é uma raiz de $q(x)$; $x = 2$ e $x = -1$ são raízes de $g(x)$.
10. Como o grau do polinômio é ímpar, então ele possui ao menos uma raiz real. Fazendo a pesquisa de raízes racionais, vemos que nenhum número racional do conjunto de teste $T = \{\pm 1, \pm 3, \pm 3/2, \pm 1/2\}$ é raiz de $p(x)$.
11. Seja $x = \sqrt{2} + \sqrt{3} \Longrightarrow x^2 = 5 + 2\sqrt{6} \Longrightarrow (\dfrac{x^2-5}{2})^2 = 6 \Rightarrow x^4 - 10x^2 + 1 = 0$. Assim, considere o polinômio $p(x) = x^4 - 10x^2 + 1$. Por construção $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ é raiz de $p(x)$. Como as únicas raízes racionais possíveis para esse polinômio são ± 1, que na verdade nem são raízes, segue que $p(x)$ não possui raiz racional, donde $x = \sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.
12. (a) Sejam $p(x)$ e $q(x)$ polinômio que coincidem em x_1, x_2, x_3. Então, o polinômio $g(x) = p(x) - q(x)$ possui grau no máximo 2 e três raízes , pelo Teorema Fundamental da Álgebra segue que $g(x) \equiv 0$. Portanto $p(x) = q(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

    (b) Análoga à demonstração de (a).
13. (a) V - Tome $p(x) = x^4 + x^3 + 1$ e $q(x) = -x^4$.

    (b) F - Tome o contra-exemplo $p(x) = 1$ e $q(x) = x$, $\dfrac{p(x)}{q(x)}$ não é polinômio .

    (c) F - Tome o contra-exemplo $p(x) = 2x(x-1)$ e $q(x) = x(x-1)$

    (d) V - O primeiro fator tem grau 10 e o segundo grau 7. Quando multiplicamos o grau resultante é 17.

    (e) F - Qualquer $p(x) = c(x - x_1)...(x - x_4)$ tem grau 4 e tem x_1, x_2, x_3, x_4 como raízes reais.
14. (a) $p(x) = (x+1)(2x+1)(3x-1)$.

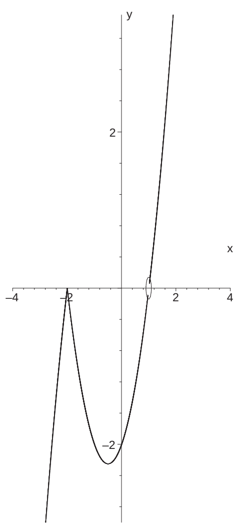
    (b) $p(x) = (2x+3)(x+3+\sqrt{3})(x+3-\sqrt{3}))$.

    (c) $p(x) = (x^2+1)\left(x - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$.
15. (a) $D = [-1, -1/2] \cup [1/3, +\infty)$, pois $p(x) \geq 0$

    (b) $D = \{x \geq 0; x \neq -1, -1/2, 1/3, 1/4\}$, pois $x \geq 0$, $p(x) \neq 0$ e $2 - 4\sqrt{x} \neq 0$

    (c) $D = (-1, -1/2) \cup (1/3, +\infty)$, pois $p(x) > 0$, e $q(x) \neq 0$.
16. (a) $E(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}) \cup (1/4, \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}) \cup (2, +\infty)$; $E(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}, 1/4) \cup (\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}, 2)$; $E(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1/4$ ou $x = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ou $x = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$

    (b) $E(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1/2, 2) \cup (2, +\infty)$; $E(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1/2)$; $E(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1/2$ ou $x = 2$. Nesse caso, $E(x) = 6(x-2)^2(x+1/2)(x^2-x+1)$.
17. (a) $S = (-\infty, -2] \cup [-1, 0) \cup [1, +\infty)$ (b) $S = \{0, \pm 1, -2\}$.
18. (a)



(b)