O escoamento em meios porosos

João Felipe Mitre[1]

[1]Universidade Federal Fluminense

2016

Plano da apresentação

O meio poroso

O meio poroso

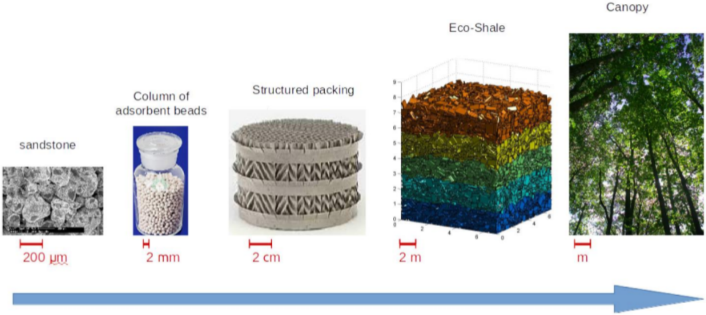
O que é um meio poroso?

- Constituído por “partículas” compactadas.

O meio poroso

O que é um meio poroso?

- Constituído por “partículas” compactadas.



Fonte: Soulaine (2015)

Plano da apresentação

Linhas de modelagem

Linhas de modelagem

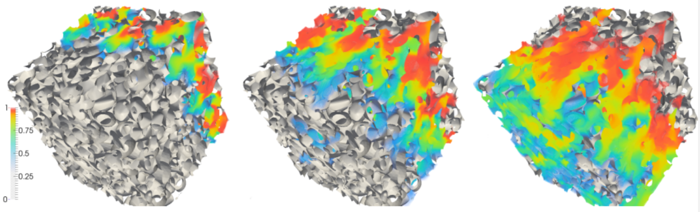
Modelagem de Stokes

- Utilizamos as equações de conservação de quantidade de movimento, massa e energia para modelar o escoamento no espaçamento formado por entre os grãos.
- Grande esforço computacional.

Linhas de modelagem

Modelagem de Stokes

- Utilizamos as equações de conservação de quantidade de movimento, massa e energia para modelar o escoamento no espaçamento formado por entre os grãos.
- Grande esforço computacional. Exemplo:



- Simulação de Borcado et al. (2015). Escoamento em um cubo com 2 mm^3. 3000 grãos. 40 milhões de elementos.

Linhas de modelagem

Linhas de modelagem

Modelagem de Darcy

- Tratamos o meio com uma meio contínuo e "modelamos" o efeito do escoamento entre as "partículas".
- Conhecimento gerado com experimento de Darcy (1856)

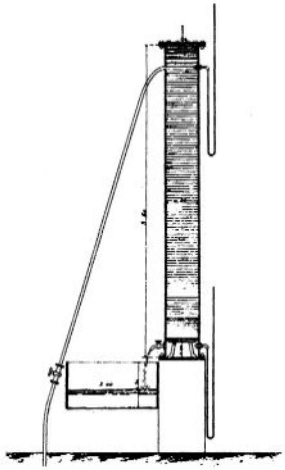
Linhas de modelagem

Modelagem de Darcy

- Tratamos o meio com uma meio contínuo e “modelamos” o efeito do escoamento entre as “partículas”.
- Conhecimento gerado com experimento de Darcy (1856)

Conclusão do experimento de Darcy

- $q = \mathcal{K} A \dfrac{h_1 - h_2}{L}$
- Posteriormente concluímos que:
  $\mathbf{u} = -\dfrac{k}{\mu}\left[\boldsymbol{\nabla} p + \gamma \boldsymbol{\nabla} z\right]$
- Onde k é a permeabilidade absoluta



Questões da modelagem de Darcy

Questões da modelagem de Darcy

Fluxo Darcyano

Segue a lei da Darcy o escoamento que possui fluxo Darcyano.
Equivalente ao laminar em meios porosos.

Questões da modelagem de Darcy

Fluxo Darcyano

Segue a lei da Darcy o escoamento que possui fluxo Darcyano. Equivalente ao laminar em meios porosos.

A permeabilidade do fluido

- Permeabilidade absoluta, k. Função do meio.
- Permeabilidade efetiva, k_i. Existe pelo menos mais um fluido.
- Permeabilidade relativa, $k_r = k_i/k$.

Questões da modelagem de Darcy

Fluxo Darcyano

Segue a lei da Darcy o escoamento que possui fluxo Darcyano. Equivalente ao laminar em meios porosos.

A permeabilidade do fluido

- Permeabilidade absoluta, k. Função do meio.
- Permeabilidade efetiva, k_i. Existe pelo menos mais um fluido.
- Permeabilidade relativa, $k_r = k_i/k$.

Condições do experimento

- Estado estacionário e darcyano com um único fluido newtoniano
- Sem reação química

Equação de Darcy-Forchheimer

Equação de Darcy-Forchheimer

Equação de Darcy

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k}\mathbf{u}$$

Equação de Darcy-Forchheimer

Equação de Darcy

$$-\boldsymbol{\nabla} p = \frac{\mu}{k}\mathbf{u}$$

Equação de Darcy-Forchheimer

$$-\boldsymbol{\nabla} p = \left(\frac{\mu}{k} + \beta\rho\left|\mathbf{u}\right|\right)\mathbf{u}$$

- Permite modelar fluxos não darcyanos.
- Base para abordagem mais amplas.

Modelagem

Modelagem da Equação da Conservação Quantidade de Movimento

- O gradiente da pressão "é incrementado" na nova formulação.
- Generalizando ainda mais a formulação de Darcy-Forchheimer.

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{u}\mathbf{u}) = -\boldsymbol{\nabla} p + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{\tau}) + \mathbf{S} + \mathbf{f}_{\mathbf{v}}$$

$$\mathbf{S} = \left(\mu \mathbf{d} + \mathbf{f} \frac{1}{2} \rho \left| \mathbf{u} \right| \right) \mathbf{u}$$

Modelagem

Modelagem da Equação da Conservação Quantidade de Movimento

- O gradiente da pressão "é incrementado" na nova formulação.
- Generalizando ainda mais a formulação de Darcy-Forchheimer.

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{u}\mathbf{u}) = -\boldsymbol{\nabla} p + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{\tau}) + \mathbf{S} + \mathbf{f_v}$$

$$\mathbf{S} = \left(\mu \mathbf{d} + \mathbf{f} \frac{1}{2} \rho \left| \mathbf{u} \right| \right) \mathbf{u}$$

- Se modelo de Darcy:

$\mathbf{d} = 1/k$ e $\mathbf{f} = 0$

Modelagem

Modelagem da Equação da Conservação Quantidade de Movimento

- O gradiente da pressão “é incrementado” na nova formulação.
- Generalizando ainda mais a formulação de Darcy-Forchheimer.

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{u}\mathbf{u}) = -\boldsymbol{\nabla} p + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{\tau}) + \mathbf{S} + \mathbf{f_v}$$

$$\mathbf{S} = \left(\mu \mathbf{d} + \mathbf{f} \frac{1}{2} \rho \left| \mathbf{u} \right| \right) \mathbf{u}$$

- Se modelo de Darcy:

$\mathbf{d} = 1/k$ e $\mathbf{f} = 0$

- Se modelo de Darcy-Forchheimer:

$\mathbf{d} = 1/k$ e $\mathbf{f} = 2\beta$

Modelagem

Modelagem da Equação da Conservação Quantidade de Movimento

- O gradiente da pressão "é incrementado" na nova formulação.
- Generalizando ainda mais a formulação de Darcy-Forchheimer.

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{u}\mathbf{u}) = -\boldsymbol{\nabla} p + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{\tau}) + \mathbf{S} + \mathbf{f_v}$$

$$\mathbf{S} = \left(\mu \mathbf{d} + \mathbf{f} \frac{1}{2} \rho \left| \mathbf{u} \right| \right) \mathbf{u}$$

- Se modelo de Darcy:

$\mathbf{d} = 1/k$ e $\mathbf{f} = 0$

- Se modelo de Darcy-Forchheimer:

$\mathbf{d} = 1/k$ e $\mathbf{f} = 2\beta$

- Se modelo de Ergun:

$$\mathbf{d} = \frac{150\,(1-\phi)^2}{d_p^2 \phi^3} \text{ e}$$

$$\mathbf{f} = \frac{1{,}75\,(1-\phi)}{d_p \phi^3}$$

Modelagem

Modelagem

Modelagem com velocidade explícita

- Note que no meio poroso a velocidade é “explícita” pela lei de Darcy.

$$\mathbf{u} = -\boldsymbol{\nabla} p \frac{k}{\mu}$$

Modelagem

Modelagem com velocidade explícita

- Note que no meio poroso a velocidade é “explícita” pela lei de Darcy.

$$\mathbf{u} = -\nabla p \frac{k}{\mu}$$

- Apenas me basta resolver a equação da pressão

Modelagem

Modelagem com velocidade explícita

- Note que no meio poroso a velocidade é "explícita" pela lei de Darcy.

$$\mathbf{u} = -\boldsymbol{\nabla} p \frac{k}{\mu}$$

- Apenas me basta resolver a equação da pressão
- Na equação de Darcy-Forchheimer, o termo é não linear. A solução é uma metodologia numérica.

Modelagem

Modelagem

Escoamento monofásico

Modelagem

Escoamento monofásico

- Com base na equação da continuidade obtém-se a equação da difusividade hidráulica

Modelagem

Escoamento monofásico

- Com base na equação da continuidade obtém-se a equação da difusividade hidráulica
- Preliminarmente:

$$\nabla \cdot \left(\frac{\rho k}{\mu} \nabla p \right) = \frac{\partial \phi \rho}{\partial t}$$

Modelagem

Modelagem

Escoamento monofásico

Modelagem

Escoamento monofásico

- Algum trabalho de “particularização” pode ser feito.

Modelagem

Escoamento monofásico

- Algum trabalho de “particularização” pode ser feito.
- Para líquidos::

$$\nabla^2(p) = \frac{1}{\eta}\frac{\partial p}{\partial t}$$

$\eta = k/(\phi \mu C_t)$ e $C_t = C_o S_o + C_w S_w + C_f$

Modelagem

Modelagem

Restrições do modelo:

- não há reação química e não há interação do fluido com a rocha
- escoamento darcyano e isotérmico
- efeitos gravitacionais desprezíveis, escoamento horizontal
- a compressibilidade do fluido é pequena e a viscosidade é constante
- o meio poroso é homogêneo, isotrópico e de permeabilidade constante
- pequenos gradientes de pressão
- fluxo monofásico (mesmo que exista outras fases).

Modelagem

Escoamento multifásico

- Com base na equação da continuidade obtém-se:

$$\nabla \cdot \left(-\frac{kk_{ra}(S_b)}{\mu_a} \left(\nabla p_a - \rho_a \mathbf{g} \right) \right) + \nabla \cdot \left(-\frac{kk_{rb}(S_b)}{\mu_b} \left(\nabla p_a - \rho_b \mathbf{g} - \nabla p_c(S_b) \right) \right) = q_a + q_b$$

$$\phi \frac{\partial S_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_i) = q_i$$

$$\mathbf{u}_i = -\frac{k_i}{\mu_i} \cdot \left(\nabla p_i - \rho_i \mathbf{g} \right)$$

$$\sum S_i = 1$$

$$p_c(S_b) = p_a - p_b$$

Plano da apresentação

Equações Constitutivas

Termos que requerem modelagem adicional

- Modelagem da permeabilidade relativa
- Modelagem da pressão capilar
- Modelagem da vazão do poço

Equações Constitutivas

Seja definido a Saturação Efetiva:

- $S_{i,eff} = \dfrac{S_i - S_{i,irr}}{1 - S_{a,irr} - S_{b,irr}}$

Equações Constitutivas

Seja definido a Saturação Efetiva:

- $S_{i,eff} = \dfrac{S_i - S_{i,irr}}{1 - S_{a,irr} - S_{b,irr}}$

Modelagem da permeabilidade relativa

1. Brooks e Corey: $k_{ri} = k_{ri,\max} S_{i,eff}^{m}$
2. Van Genuchten: $k_{ri} = k_{ri,\max} S_{i,eff}^{1/2} \left(1 - \left(1 - S_{i,eff}^{1/m}\right)^m\right)^2$
3. Existem mais 100 correlações na literatura.

Equações Constitutivas

Seja definido a Saturação para avaliação da pressão capilar:

- $S_{b,p_c} = \dfrac{S_b - S_{p_c,irr}}{S_{p_c,\max} - S_{p_c,irr}}$

Equações Constitutivas

Seja definido a Saturação para avaliação da pressão capilar:

- $S_{b,p_c} = \dfrac{S_b - S_{p_c,irr}}{S_{p_c,\max} - S_{p_c,irr}}$

Modelagem da pressão capilar

1. Brooks e Corey: $p_c(S_{b,p_c}) = p_{c,0} S_{b,p_c}^{-\alpha}$
2. Van Genuchten: $p_c(S_{b,p_c}) = p_{c,0}\left(S_{b,p_c}^{-1/m} - 1\right)^{1-m}$
3. Modelo linear: $p_c(S_{b,p_c}) = p_{c,0} + (1 - S_{b,p_c})(p_{c,\max} - p_{c,0})$
4. Outras tantas correlações na literatura.

Equações Constitutivas

Seja definido a Saturação para avaliação da pressão capilar:

- $S_{b,p_c} = \dfrac{S_b - S_{p_c,irr}}{S_{p_c,\max} - S_{p_c,irr}}$

Modelagem da pressão capilar

1. Brooks e Corey: $p_c(S_{b,p_c}) = p_{c,0} S_{b,p_c}^{-\alpha}$
2. Van Genuchten: $p_c(S_{b,p_c}) = p_{c,0}\left(S_{b,p_c}^{-1/m} - 1\right)^{1-m}$
3. Modelo linear: $p_c(S_{b,p_c}) = p_{c,0} + (1 - S_{b,p_c})(p_{c,\max} - p_{c,0})$
4. Outras tantas correlações na literatura.

Note que:

$$\nabla p_c(S_b) = \frac{dp_c}{dS_b}\nabla S_b = \frac{dp_c}{dS_b}\frac{dS_b}{dS_{b,p_c}}\nabla S_b$$

Equações Constitutivas

Mobilidade, λ_i

$$\lambda_i = \frac{k k_{ri}}{\mu_i}$$

Equações Constitutivas

Mobilidade, λ_i

$$\lambda_i = \frac{kk_{ri}}{\mu_i}$$

Modelagem da vazão do poço

- Hipótese de que injeta-se uma fase pura e retira-se duas fases, relativamente a sua mobilidade.

$$q_i = Q_{inj} - \frac{\lambda_i}{\sum_j \lambda_j} Q_{prod}$$

Plano da apresentação

Referências

- Manual do OpenFOAM - `http://www.openfoam.org`
- Henri Darcy. Fontaines publiques de la ville de Dijon. Librairie des Corps Impériaux des Ponts et Chaussées et des Mines, 1856
- Bocado et al. (2015). Pore-scale simulation of particle transport and deposition in 3D porous media. Slides. HPC FOAM Workshop.
- Soulaine, C. (2015) On the Origin of the Darcy´s Law.
- Rosa et al. (2001) Engenharia de Reservatórios, Interciência, Rio de Janeiro.