

uff Universidade Federal Fluminense
 EGM - Instituto de Matemática
 GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 4 - 2015-2
 Integração por substituição trigonométrica
 Técnica de frações parciais
 Integração por substituições especiais

Nos exercícios 1 a 13, use substituição trigonométrica para calcular a integral dada.

- | | | |
|---|--|---|
| 1. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}} dx$ | 5. $\int_{-4}^{-3} \frac{dx}{(x^2-4)^{\frac{3}{2}}}$ | 10. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2x+5}} dx$ |
| 2. $\int \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 6. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx$ | 11. $\int \frac{x}{x^2+6x+13} dx$ |
| 3. $\int_0^2 \frac{3x^2}{(9-x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$ | 7. $\int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{4x^2+9}}$ | 12. $\int \frac{dx}{(x^2+2)^2}$ |
| 4. $\int \frac{dx}{(x^2-4)^{\frac{3}{2}}}$ | 8. $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2-16}} dx$ | 13. $\int \frac{2x}{(x^2-4x+8)^2} dx$ |
| | 9. $\int 2\sqrt{8-2x-x^2} dx$ | |

Nos exercícios 14 a 21, calcule a integral dada, usando transformação de funções racionais em frações parciais.

- | | | |
|--|---|---|
| 14. $\int \frac{x-1}{x(x+1)} dx$ | 17. $\int \frac{9x-5-x^2}{(x-1)^2(x+2)} dx$ | 20. $\int \frac{3x^3+1}{x^2(x^2+1)^2} dx$ |
| 15. $\int \frac{5x-13}{(x-2)(x-3)} dx$ | 18. $\int \frac{3x^3-5x^2-3x+1}{(x+1)^2(x-1)^2} dx$ | 21. $\int \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ |
| 16. $\int \frac{3x-2}{x^2-4} dx$ | 19. $\int \frac{dx}{x(x^2+4)}$ | |

Nos exercícios 22 a 24, calcule a integral indicada, fazendo uma substituição do tipo $x = y^n$, para algum valor inteiro n .

- | | | |
|---|--|---|
| 22. $\int \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{4}}}$ | 23. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}$ | 24. $\int \frac{2\sqrt{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$ |
|---|--|---|

Nos exercícios 25 a 30, resolva as integrais, usando a substituição tangente do arco metade, a saber, $u = \tan \frac{x}{2}$.

- | | | |
|----------------------------------|---|---|
| 25. $\int \frac{dx}{3 + \cos x}$ | 27. $\int \frac{5}{3 \sin x + 4 \cos x} dx$ | 29. $\int \frac{\sec x}{1 + \sin x} dx$ |
| 26. $\int \frac{dx}{1 - \sin x}$ | 28. $\int \frac{dx}{2 - \cos x + 2 \sin x}$ | 30. $\int \frac{\cos x}{\sin x \cos x + \sin x} dx$ |

Obs.: os exercícios 25 e 30 podem ser feitos sem usar tangente do arco metade. Multiplique numerador e denominador pelo conjugado. Compare os resultados obtidos pelas duas formas.

RESPOSTAS DA LISTA 4

1. $\frac{1}{2}x\sqrt{4+x^2} - 2\ln|\sqrt{4+x^2}+x| + C$
2. $\frac{2}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{1-x^2} + C$
3. $\frac{3x}{\sqrt{9-x^2}} - 3\arcsen\frac{x}{3}\Big|_0^2 =$
 $= \frac{6}{5}\sqrt{5} - 3\arcsen\frac{2}{3} + C$
4. $\frac{-x}{4\sqrt{x^2-4}} + C$
5. $\frac{3}{20}\sqrt{5} - \frac{1}{6}\sqrt{3}$
6. $\sqrt{4-x^2} + 2\ln\left|\frac{2-\sqrt{4-x^2}}{x}\right| + C$
7. $\frac{1}{2}\ln|\sqrt{4x^2+9}+2x|\Big|_{-2}^2 = \ln 3$
8. $3\sqrt{x^2-16} - \ln|x+\sqrt{x^2-16}| + C$
9. $9\arcsen\left(\frac{x+1}{3}\right) + (x+1)\sqrt{8-2x+x^2} + C$
10. $\sqrt{x^2+2x+5} - \ln|\sqrt{x^2+2x+5}+x+1| + C$
11. $\ln\sqrt{x^2+6x+13} - \frac{3}{2}\arctan\frac{x+3}{2} + C$
12. $\frac{\sqrt{2}}{8}\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + \frac{x}{4(x^2+2)} + C$
13. $\frac{x-4}{2(x^2-4x+8)} + \frac{1}{4}\arctan\left(\frac{x}{2}-1\right) + C$
14. $2\ln|x+1| - \ln|x| + C$
15. $3\ln|x-2| + 2\ln|x-3| + C$
16. $\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + C$
17. $\frac{-1}{x-1} + 2\ln|x-1| - 3\ln|x+2| + C$
18. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + 3\ln|x+1| + C$
19. $\frac{\ln|x|}{4} - \frac{\ln(4+x^2)}{8} + C$
20. $-\frac{1}{x} - \frac{x+3}{2(x^2+1)} - \frac{3}{2}\arctan x + C$
21. $\frac{\sqrt{2}}{2}\arctan(1+\sqrt{2}x) + \frac{\sqrt{2}}{2}\arctan(-1+\sqrt{2}x) + C$
22. $-4x^{\frac{1}{4}} - 4\ln|1-x^{\frac{1}{4}}| + C$
23. $2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 4\ln(1+\sqrt[4]{x}) + C$
24. $\frac{12x^{\frac{7}{6}}}{7} - \frac{12x^{\frac{5}{6}}}{5} + 4\sqrt{x} - 12x^{\frac{1}{6}} + 12\arctan x^{\frac{1}{6}} + C$
25. $\frac{\sqrt{2}}{2}\arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\tan\frac{x}{2}\right) + C$
26. $\frac{2}{1-\tan\frac{x}{2}} + C$
 Pela segunda forma: $\tan x + \sec x + C$
27. $\ln\left|1+2\tan\frac{x}{2}\right| - \ln\left|-2+\tan\frac{x}{2}\right| + C$
28. $\ln\left|1+3\tan\frac{x}{2}\right| - \ln\left|1+\tan\frac{x}{2}\right| + C$
29. $\left(1+\tan\frac{x}{2}\right)^{-1} - \left(1+\tan\frac{x}{2}\right)^{-2} + \frac{1}{2}\ln\left|1+\tan\frac{x}{2}\right| -$
 $\frac{1}{2}\ln\left|-1+\tan\frac{x}{2}\right| + C$
30. $\frac{1}{2}\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| - \frac{1}{4}\tan^2\frac{x}{2} + C$