

Nome Completo: \_\_\_\_\_

**Instruções:** A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico. Limites calculados usando a regra de L'Hopital ou usando a noção de derivada não serão aceitos.

A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. (3,0pts) Considere a função definida por:

$$f(x) = 2 \cos \left| \frac{\pi}{2}x + 1 \right| + 1.$$

- (a) Faça um esboço do gráfico de  $f$  a partir do gráfico da função cosseno, usando alongamentos, compressões, translações e reflexões. Em cada etapa, especifique qual a transformação que você empregou e faça um esboço da função intermediária correspondente.
- (b) Indique o domínio e a imagem de  $f$ .
- (c) A função  $f$  é par, ou é ímpar, ou nenhuma das duas? Justifique.

2. (3,0pts) Considere a função definida por:

$$g(x) = \frac{\sqrt{x^4 - 16}}{(x + 5)(x - 3)}.$$

- (a) Determine o domínio da função  $g$  e justifique a sua resposta.
- (b) Determine as equações das assíntotas horizontais e das assíntotas verticais ou mostre que não existem.

3. **(2,0pts)** Decida se existe uma constante  $a \in \mathbb{R}$  tal que a função

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x^2 - x + 4}}{x - 1} & \text{se } x > 1 \\ a & \text{se } x = 1 \\ \operatorname{sen}\left(\frac{1}{1-x}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) - \frac{1}{4} & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

seja contínua. Justifique.

4. **(1,0pt)** Mostre que a equação

$$\frac{x^{10} - 5x^2 + 1}{x - 1} = 0$$

tem pelo menos uma solução real.

5. **(1,0pt)** Calcule  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2(x+h) - \operatorname{sen}^2(x)}{h}$ .

Note que  $\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen}(a)\cos(b) + \operatorname{sen}(b)\cos(a)$ .