

Questão	Valor	Nota
1ª	3,0	
2ª	2,0	
3ª	3,0	
4ª	2,0	
<b>Total</b>	<b>10</b>	

Nome: \_\_\_\_\_

**Instruções:** Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

- Considere a função  $f(x, y) = \ln(\sqrt{4y^2 - x - 1})$ .
  - Determine e represente geometricamente o domínio de  $f$ .
  - Identifique analítica e geometricamente a curva de nível de  $f$  que passa no ponto  $(2, -1)$ .
  - Usando o vetor gradiente de  $f$ , determine a equação da reta tangente à curva de nível de  $f$  no ponto  $(2, -1)$ .
  - Usando diferencial, determine um valor aproximado da função  $f$  no ponto  $(2, 02; -0, 99)$ .
- Calcule ou mostre que não existe cada um dos seguintes limites:
  - $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2 + (y-2)^2}$
  - $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \cos\left(x + y - \frac{\pi}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right)$
- Considere a função  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 
  - Em quais pontos  $f$  é contínua?
  - Em quais pontos existem as derivadas parciais  $\frac{\partial f}{\partial x}$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}$ ?
  - Em quais pontos  $f$  é diferenciável?
- Sejam  $f$  e  $g$  funções tais que  $f(x, y) = (1 + 2x^2 - y, 1 - x + 2y^2)$  e  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  é de classe  $C^2$  sendo  $g(1, 1) = 1$  e  $\frac{\partial g}{\partial u}(1, 1) = \frac{\partial g}{\partial v}(1, 1) = -1$ . Determine a equação do plano tangente ao gráfico de  $h = g \circ f$  no ponto  $(0, 0, 1)$ .