Departamento de Matemática Aplicada

1ª VE de Cálculo II - B

2013-1 - Turma F1 - 13/06/2013

Prof. Maria João Resende

Nome: ____

Questão	Valor	Nota
1ª	3,0	
2ª	1,5	
3ª	2,0	
4ª	1,5	
5ª	2,0	
Total	10	

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.
Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. Considere a função $f(x,y) = \frac{y}{x-1}$.
   (a) Determine o domínio e a imagem da função justificando a sua resposta.
   (b) Descreva analítica e geometricamente as curvas de nível de f.
   (c) Escreva a equação da reta tangente à curva de nível de f que passa no ponto $(3,4)$.
   (d) Defina uma função g tal que a sua superfície de nível 3 coincida com o gráfico de f. Indique o domínio de g.

2. Calcule (caso exista) ou mostre que não existe o $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2-2x-y^2+2y}{(x-1)^2+(y-1)^2} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x+y}\right)$.

3. Considere a função $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y}{x^2+y^4} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0) \end{cases}$
   (a) Mostre que f é diferenciável em $(0,0)$.
   (b) Calcule $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$ e $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$. A função f é de classe C^2?

4. Usando diferencial, determine um valor próximo para a função $f(x,y) = \ln(x-3y)$ no ponto $(6.9, 2.06)$.

5. Seja $h(s,t) = f(x(s,t), y(s,t))$, onde $x(s,t) = e^s\cos(t)$, $y(s,t) = e^s\operatorname{sen}(t)$ e f é uma função diferenciável. Sabendo que:
$$f\left(1,\frac{\pi}{2}\right)=2,\quad \frac{\partial f}{\partial x}\left(1,\frac{\pi}{2}\right)=1,\quad \frac{\partial f}{\partial y}\left(1,\frac{\pi}{2}\right)=8,$$
$$f(0,e)=5,\quad \frac{\partial f}{\partial x}(0,e)=3,\quad \frac{\partial f}{\partial y}(0,e)=2,$$
determine a equação do plano tangente ao gráfico de h no ponto $\left(1,\frac{\pi}{2},h\left(1,\frac{\pi}{2}\right)\right)$.