



Departamento de Matemática Aplicada  
1ª VE de Cálculo II - B  
2013-2 - Turma F1 - 17/10/2013  
Prof. Maria João Resende

Nome: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota
1ª	3,0	
2ª	1,5	
3ª	2,0	
4ª	1,5	
5ª	2,0	
<b>Total</b>	<b>10,0</b>	

**Instruções:** Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.

Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. Considere a função  $f(x, y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}}$ .

- Determine o domínio e a imagem da função  $f$ .
- Descreva analítica e geometricamente as curvas de nível de  $f$ .
- Faça um esboço do gráfico de  $f$ .
- Defina uma função  $g$  tal que a sua superfície de nível zero coincida com o gráfico de  $f$ . Indique o domínio de  $g$ .

2. Calcule (caso exista) ou mostre que não existe o  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{(x-1)^2 y}{(x-1)^4 + y^2}$ .

3. Considere a função  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x|x|}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- Verifique se  $f$  é contínua em  $(0, 0)$ .
- Mostre que  $f$  não é diferenciável em  $(0, 0)$ .

4. Se  $z = 2x + y$  é a equação do plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(1, 1, 3)$ , determine  $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1)$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1)$ .

5. Suponha que  $f$  é uma função de classe  $C^2$  em  $\mathbb{R}^2$ , tal que:

$$f(1, 3) = 1, \frac{\partial f}{\partial x}(1, 3) = -8, \frac{\partial f}{\partial y}(1, 3) = 5, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, 3) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1, 3) = 0, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, 3) = 1.$$

Um objeto se desloca sobre a curva de equação  $\vec{r}(t) = (t^2, 4t - 1, z(t))$ , com  $t \in \mathbb{R}$ , contida no gráfico da função  $f$ . Calcule o vetor velocidade e o vetor aceleração no instante  $t = 1$ .