Departamento de Matemática Aplicada
**1ª VE de Cálculo II - B**
Turma D1 - 30/09/2010
Prof. Maria João Resende

**Nome Completo:** ____________________________________________

**Instruções:** A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. (**2,5 pts**) Seja $f$ uma função real definida por $f(x,y) = \ln|x^2 - y^2|$.
   (a) Determine o domínio da função $f$ e represente-o geometricamente.
   (b) Determine a equação da curva de nível que passa no ponto $(1,0)$.
   (c) Represente geometricamente a curva de nível correspondente ao nível $\ln 3$.

2. (**3,0 pts**) Seja $f$ a função real, contínua em $\mathbb{R}^2$, que verifica a condição:
$$f(x,y) = \frac{(x^2 - y^2)\operatorname{sen}(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \text{ se } (x,y) \neq (0,0).$$
   (a) Indique, justificando, o valor de $f(0,0)$.
   (b) Calcule as derivadas parciais de $f$ no ponto $(0,0)$.
   (c) Mostre que $f$ é diferenciável no ponto $(0,0)$.
   (Sugestão: $\operatorname{sen}(t) < t$ sempre que $t > 0$.)

3. (**2,0 pts**) Seja $g(u,v) = f(uv, u - v)$, onde $f(x,y)$ é uma função real diferenciável. Determine o vetor gradiente da função $g$ no ponto $(1,1)$ sabendo que $\frac{\partial f}{\partial x}(1,0) = 2$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(1,0) = 3$.

4. (**2,5 pts**) Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x}{1+y}$.
   (a) Determine o polinômio de Taylor, $P_1(x,y)$, de ordem 1 da função $f$ em volta do ponto $(0,0)$.
   (b) Determine o plano tangente ao gráfico de $f$ no ponto $(0,0,f(0,0))$ e explique a relação deste plano com $P_1(x,y)$.