



Departamento de Matemática Aplicada  
1ª VE de Cálculo II - B  
Turma E1 - 22/01/2013  
Prof. Maria João Resende

Questão	Valor	Nota
1ª	3,5	
2ª	2,0	
3ª	3,0	
4ª	1,5	
<b>Total</b>	<b>10</b>	

Nome: \_\_\_\_\_

**Instruções:** Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.

Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. Considere a função  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$ .
  - (a) Determine o domínio de  $f$  e represente-o geometricamente no plano  $xy$ .
  - (b) Descreva analítica e geometricamente as curvas de nível de  $f$ .
  - (c) Usando diferencial, determine um valor aproximado da função  $f$  no ponto  $(0,01; 3,98)$ .
  - (d) Determine a equação da reta tangente à curva de nível de  $f$  que passa no ponto  $(\sqrt{6}, \sqrt{10})$ .
  - (e) Determine a equação da reta normal ao gráfico de  $f$  no ponto  $(\sqrt{6}, \sqrt{10}, f(\sqrt{6}, \sqrt{10}))$ .

2. Calcule (caso exista) ou mostre que não existe cada um dos seguintes limites:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \operatorname{sen}(e^x - 1) \frac{x + y^2}{\sqrt{x^2 + y^4}} \qquad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{y}$$

3. Considere a função  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- (a) Calcule as derivadas parciais de  $f$ .
- (b) Estude  $f$  quanto à diferenciabilidade.
- (c) Calcule  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$  e  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$ .

4. Sejam  $F$  uma função real com derivada contínua em  $\mathbb{R}$  e  $z = xy + yF\left(\frac{x}{y}\right)$ . Mostre que:

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z$$

para todo  $y \neq 0$ .