

Nome Completo: _____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico. A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. **(2,0 pts)** Seja $f(x, y, z) = x^2 - z^2$ uma função real.
 - (a) Descreva as superfícies de nível da função f .
 - (b) Determine a equação do plano tangente à superfície de nível de f que passa no ponto $(1, 2, 0)$.

2. **(2,5 pts)** Considere a função $f(x, y) = \begin{cases} xy \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x^2 + y^4} \right) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 - (a) Calcule as derivadas parciais de f no ponto $(0, 0)$.
 - (b) Estude f quanto à continuidade e diferenciabilidade no ponto $(0, 0)$.

3. **(2,0 pts)** Seja $z = t^2 f(x, y)$, onde f é uma função diferenciável, $x = \cos(\pi t)$ e $y = \ln(t)$. Determine $z'(1)$, sabendo que $f(-1, 0) = \frac{1}{2}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(-1, 0) = 2$.

4. **(3,5 pts)** Considere a equação $x^3 + y^3 + z^3 = x + y + z$.
 - (a) Mostre que a equação dada define implicitamente uma função $z = f(x, y)$ numa vizinhança do ponto $(1, 1, 1)$.
 - (b) Determine a reta normal ao gráfico de f no ponto $(1, 1, f(1, 1))$.
 - (c) Determine a direção e a taxa de crescimento máximo da função f no ponto $(1, 1)$.