

Nome Completo: _____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h45min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. Calcule os seguintes limites, caso existam, ou mostre que não existem:

$$(a)(1,0 \text{ pt}) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2} \text{sen}(x^4 + y^4) \quad (b)(1,0 \text{ pt}) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{y^2 - (x-1)^2}{(x-1)^2 + y^2}$$

2. Considere a função:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x(y+1)}{x^2 + (y+1)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, -1) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, -1) \end{cases}$$

(a) (1,0 pt) Determine as funções derivadas parciais de $f(x, y)$.

(b) (1,0 pt) A função $f(x, y)$ é derivável em $(0, -1)$?

3. Considere a função

$$F(x, y, z) = x^2 + z^3 - z - xysen(z) - 1.$$

(a) (0,5 pt) A função F é C^2 ? Justifique.

(b) (0,5 pt) Determine a equação da superfície de nível que passa pelo ponto $(1, 1, 0)$ e indique a que nível se refere.

(c) (1,0 pt) Determine o gradiente de F .

(d) (1,0 pt) Determine a equação do plano tangente à superfície de nível determinada no item (b).

(e) (1,0 pt) Indique e justifique qual a direção de maior crescimento de F no ponto $(1, 1, 0)$. Qual a taxa de variação nessa direção?

(f) (1,0 pt) A equação $F(x, y, z) = 0$ define implicitamente uma função $z = f(x, y)$ numa vizinhança do ponto $(1, 1)$? Justifique.

(g) (1,0 pt) Determine a equação da reta normal ao gráfico de f no ponto $(1, 1, f(1, 1))$.