



Departamento de Matemática Aplicada  
2ª VE de Cálculo II - B  
Turma E1 - 14/03/2013  
Prof. Maria João Resende

Questão	Valor	Nota
1ª	2,5	
2ª	2,5	
3ª	2,5	
4ª	2,5	
<b>Total</b>	<b>10</b>	

Nome: \_\_\_\_\_

**Instruções:** Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.

Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. Considere a função real definida por  $f(x, y) = x \ln(xy)$ .
  - (a) Determine as direções  $\vec{u}$  em que  $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1, 1) = 1$ .
  - (b) Indique, se existir, alguma direção  $\vec{v}$  tal que  $\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(1, 1)$  seja mínima.
2. As faces de uma caixa com base quadrada, faces laterais retangulares e sem tampa têm área total igual a  $16 m^2$ . Determine as dimensões da caixa que maximizam o respectivo volume, usando multiplicadores de Lagrange.
3. Considere a função  $F(x, y, z) = (e^x yz, y+z)$  e seja  $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  uma função de classe  $C^1$  tal que  $G(0, 0) = (0, 1, 2)$ ,  $G(2, 3) = (0, -3, 4)$  e  $DG(0, 0)$  é uma das seguintes matrizes:
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$
  - (a) Determine a função afim que melhor aproxima  $F \circ G$  numa vizinhança do ponto  $(0, 0)$ .
  - (b) Justifique se  $F \circ G$  admite inversa numa vizinhança do ponto  $(0, 0)$ .
4. Considere o sistema de equações 
$$\begin{cases} 2ye^{y-1} = t \\ x^2 + y^2 = \cos^2\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 1 \end{cases}.$$
  - (a) Mostre que este sistema define, numa vizinhança do ponto  $(t_0, x_0, y_0) = (2, 1, 1)$ , as variáveis  $x$  e  $y$  como funções de  $t$ , de classe  $C^1$ .
  - (b) Calcule  $x'(2)$  e  $y'(2)$ .