



Departamento de Matemática Aplicada
2ª VE de Cálculo II - B
2013-2 - Turma F1 - 05/12/2013
Prof. Maria João Resende

Questão	Valor	Nota
1ª	2,5	
2ª	2,5	
3ª	2,5	
4ª	2,5	
Total	10,0	

Nome: _____

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado.

Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. Considere a função $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + 4z}$.
 - (a) Determine a equação do plano tangente à superfície $f(x, y, z) = 1$, no ponto $(1, 2, -1)$.
 - (b) Mostre que se em um ponto $P = (x, y, z)$ o valor máximo da derivada direcional de f é 1, então o ponto P está no plano $z = 1$.
2. Considere a função $f(x, y) = 2x^3 + y^4$ e o conjunto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.
 - (a) É possível garantir que f possui um máximo e um mínimo no conjunto D ?
 - (b) Determine os valores de máximo e mínimo absolutos de f restrita ao conjunto D .
3. Seja $F(x, y) = (y^2 - x^2, 2x + y)$, uma função definida em \mathbb{R}^2 e seja $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um função de classe C^1 , tal que $G(1, 0) = (1, 1)$,
$$DG(1, 1) = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } DG(1, 0) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
 - (a) Mostre que G possui uma inversa local numa vizinhança do ponto $(1, 0)$ e calcule a derivada da inversa no ponto $(1, 1)$.
 - (b) Determine a função afim que melhor aproxima $F \circ G^{-1}$ numa vizinhança do ponto $(1, 1)$.
4. Considere o sistema de equações
$$\begin{cases} (u + x)^2 + \text{sen}(y + 1) + 2v = 2 \\ u^2 + y(u + y) + x^2v = 0 \end{cases}.$$
 - (a) Mostre que este sistema define implicitamente $(u, v) = f(x, y)$, numa vizinhança do ponto $(x_0, y_0) = (1, -1)$, tal que $f(1, -1) = (1, -1)$.
 - (b) Determine $Df(1, -1)$.