Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada
2ª VE de Cálculo II - B
Turma D1 - 30/11/2010
Prof. Maria João Resende

Nome Completo: ____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. (**2,0 pts**) Considere a função real definida por $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$.
   (a) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial \overrightarrow{u}}(0,0)$ onde $\overrightarrow{u} = (-4,2)$.
   (b) Determine todos os pontos nos quais a direção de maior variação da função f é $(1,1)$.

2. (**3,0 pts**) Considere a função vetorial definida por $f(x,y) = (e^{xy}, 2x - 2y)$.
   (a) Determine os pontos P_0 para os quais o teorema da função inversa garante que f admite inversa, f^{-1}, numa vizinhança de P_0.
   (b) Usando a melhor aproximação afim de f^{-1}, calcule um valor aproximado de $f^{-1}(1,1;-2,1)$.

3. (**3,0 pts**) Considere o sistema $\begin{cases} x^2(y^2+z^2) & = & 5 \\ (x-z)^2 + y^2 & = & 2 \end{cases}$.
   (a) Mostre que $y = y(x)$ e $z = z(x)$ são funções diferenciáveis definidas implicitamente pelo sistema acima, numa vizinhança de $(1,-1,2)$. Determine $y'(1)$ e $z'(1)$.
   (b) Seja $\mathcal{C}$ a curva definida pela interseção das duas superfícies definidas pelas equações do sistema acima. Determine a equação da reta tangente a $\mathcal{C}$ no ponto $(1,-1,2)$.

4. (**2,0 pts**) Utilize o método dos multiplicadores de Lagrange para determinar o retângulo de maior perímetro inscrito na elipse
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ com } a > 0 \text{ e } b > 0.$$