| | |
|---|---|
| Universidade Federal Fluminense | Departamento de Matemática Aplicada<br>**2ª VE de Cálculo II - B**<br>Turma F1 - 30/11/2010<br>Prof. Maria João Resende |

**Nome Completo:** ______________________________________________

**Instruções:** A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.
Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. (**1,5 pts**) Considere a função real definida por $f(x,y) = ye^{-xy}$. Determine as direções $\overrightarrow{u}$ em que $\dfrac{\partial f}{\partial \overrightarrow{u}}(0,2) = 1$.

2. (**3,0 pts**) Considere a função vetorial definida por $f(u,v) = (u^2 + u^2v + 10v, u + v^3)$.
   (a) Mostre que $f$ tem uma inversa, $f^{-1}$, na vizinhança do ponto $(1,1)$.
   (b) Calcule um valor aproximado de $f^{-1}(11,8; 2,2)$.

3. (**3,0 pts**) Seja $f(\theta)$ uma função com derivada contínua, para todo o $\theta \in \mathbb{R}$, e tal que $f(1) = e + 2$.
   (a) Prove que a equação $\dfrac{z^2}{2} + e^{xy} = f\left(\dfrac{x}{y}\right)$ define implicitamente $z = z(x,y)$ numa vizinhança do ponto $(1,1,-2)$.
   (b) Prove que $\left(x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)_{|(1,1)} = e$.

4. (**2,5 pts**) Considere o conjunto $E = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{9} \leq 1\right\}$ e a função real definida por $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z$.
   (a) Determine, caso existam, os máximos e os mínimos absolutos da restrição de $f$ ao conjunto $E$.
   (b) Considere as superfícies $S_1$ dada pela equação $x + y + z = 2\sqrt{2}$ e $S_2$ dada por $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$. Determine a equação da reta tangente à curva de interseção de $S_1$ e $S_2$ no ponto $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$.