



Departamento de Matemática Aplicada  
**2ª VE de Cálculo III - A**  
2014-1 - Turma A1 - 02/06/2014  
Prof. Maria João Resende

Questão	Valor	Nota
1ª	2,0	
2ª	2,0	
3ª	2,0	
4ª	2,0	
5ª	2,0	
<b>Total</b>	<b>10,0</b>	

Nome: \_\_\_\_\_

**Instruções:** Não é permitido sair da sala durante a prova. Não é permitido o uso de calculadora. O celular deve estar desligado e guardado. Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere. As respostas sem uma justificacão correta serão desconsideradas.

1. Calcule  $\int_C \left( e^x \ln(y) - \frac{e^y}{x} \right) dx - \left( \frac{e^x}{y} + e^y \ln(x) \right) dy$ , onde  $C$  é uma curva qualquer que une o ponto  $(1, 1)$  ao ponto  $(3, 3)$ .
2. Seja  $\vec{F} = (P, Q)$  de classe  $C^1$  em  $\mathbb{R}^2 - \{(0, -2), (0, 2)\}$ , tal que  $\frac{\partial Q}{\partial x} = x + 2 + \frac{\partial P}{\partial y}$ .  
Sejam  $C_1^+$ :  $x^2 + y^2 = 16$ ,  $C_2^+$ :  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$  e  $C_3^+$ :  $x^2 + (y + 2)^2 = 4$ , todas percorridas no sentido anti-horário.  
Sabendo que  $\oint_{C_1^+} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \oint_{C_2^+} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 10\pi$  e  $\oint_{C_2^+} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \oint_{C_3^+} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -8\pi$ ,  
calcule  $\oint_{C_2^+} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ .
3. Calcule a área do pedaço da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 12$  que não se encontra no interior do parabolóide  $z = x^2 + y^2$ .
4. Usando o teorema de Gauss, calcule o fluxo de  $\vec{F}(x, y, z) = (x - 1, y - 1, z)$  através da superfície  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = z, 0 \leq z \leq 2\}$ , no sentido da normal que tem terceira componente negativa no ponto  $(1, 2, 1)$ .
5. Calcule  $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , sendo  $\vec{F}$  um campo em  $\mathbb{R}^3$  dado por  $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, f(x, y, z))$ , onde  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  é de classe  $C^1$ , tal que  $\nabla f \cdot \vec{i} = -3$  em  $\mathbb{R}^3$  e  $C$  é a interseção das superfícies  $x^2 + y^2 = 1$  e  $z - y = 2$ , percorrida no sentido horário quando vista de cima.