

Nome Completo: \_\_\_\_\_

**Instruções:** A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h45min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. **(2,0 pts)** Esboce a região de integração e inverta a ordem de integração (não precisa calcular as integrais).

$$(a) \int_{-\frac{1}{2}}^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} x^2 + y^2 dx dy \quad (b) \int_{-1}^2 \int_{x^2}^{x+2} x^2 + x + 2 dy dx$$

2. **(2,0 pts)** Calcule  $\int_0^1 \int_0^{1-x} \sqrt{x+y}(y-2x)^2 dy dx$ , usando a mudança de coordenadas sugerida pela função integranda,  $u = x + y$  e  $v = y - 2x$ .

3. **(2,0 pts)** Determine a massa de uma placa fina que ocupa a região

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \right\},$$

sendo a densidade dada pela função  $\delta(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ .

4. **(2,0 pts)** Considere o sólido

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

- (a) Expresse o volume de  $S$  em coordenadas cartesianas, em coordenadas cilíndricas e em coordenadas esféricas.

- (b) Determine o volume de  $S$  calculando uma das integrais triplas.

5. **(2,0 pts)** Considere a função  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - y$ . Determine os extremantes de  $f$  restrita ao disco  $x^2 + y^2 \leq 1$ .