

Nome Completo: _____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h50min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificativa correta serão desconsideradas.

1. Considere a função definida por $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$.
 - (a) **(0,5pts)** Determine o domínio de f .
 - (b) **(1,0pt)** Determine as equações das assíntotas horizontais e das assíntotas verticais, caso existam.
 - (c) **(1,5pts)** Determine os intervalos de crescimento e decrescimento de f . Indique os pontos de máximo e de mínimo (locais e globais) de f .
 - (d) **(1,5pts)** Estude a função f quanto à concavidade e indique, se existirem, os pontos de inflexão.
 - (e) **(1,0pt)** Tendo em conta os itens anteriores, faça um esboço do gráfico de f .

2. **(1,0pt)** Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + e^x}{2} \right)^{\frac{1}{\tanh(x)}}$.

3. **(1,0pt)** Mostre que se f é derivável em \mathbb{R} , então f tem no máximo uma raiz entre duas raízes consecutivas de f' .

4. **(1,5pts)** Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito na elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

5. **(1,0pt)** Determine a expressão da função f sabendo que:

$$f''(x) = -4 \cos(2x) + e^{2x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad f(0) = 2 \quad \text{e} \quad f'(0) = 1$$