

Nome Completo: _____

Instruções: A prova vale 10 pontos e tem duração de 1h45min.

Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.

A resolução da prova deve ser realizada na(s) folha(s) de papel anexa(s) e cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.

As respostas sem uma justificacão correta serão desconsideradas.

1. **(2,0pts)** Estude a convergência das seguintes integrais:

(a) $\int_1^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^5+1}} dx$ (b) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} dx$

2. **(2,0 pts)** Considere o conjunto $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x \text{ e } x \leq 1\}$.

(a) Calcule o volume do sólido de revolução obtido ao rodar a região R em torno da reta $x = -1$, indicando o método utilizado.

(b) Calcule $\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$.

3. **(2,0 pts)** Calcule $\iiint_S z dx dy dz$, onde:

(a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - 2y \leq 0 \text{ e } 0 \leq z \leq y\}$.

(b) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1\}$.

4. **(2,0 pts)** Seja f uma função real diferenciável tal que $4y \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) - x \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 2$, para todo (x, y) .

(a) Se $g(t) = f(2 \cos(t), \sin(t))$, mostre que $g'(t) = -1$, para todo t .

(b) Se $f(1, 1) = 3$ e $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = 2$, determine a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1, 1, f(1, 1))$.

5. **(2,0 pts)** Considere a função $f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{x^2 - y^2}$.

(a) Determine as direções, segundo as quais a taxa de variação de f em $(1, 1)$ é nula.

(b) Verifique que $(0, 0)$ é um ponto crítico de f e classifique-o.