Departamento de Matemática Aplicada
VR de Cálculo II - B
Turma H1 - 05/07/2012
Prof. Maria João Resende

Nome: ________________________________

Questão	**Valor**	**Nota**
1ª	2,0	
2ª	2,0	
3ª	2,0	
4ª	2,0	
5ª	2,0	
Total	**10**	

Instruções: Não é permitido sair da sala durante a prova nem o uso de qualquer material eletrônico.
Cada resposta deverá ter devidamente identificado o número da questão à qual se refere.
As respostas sem uma justificação correta serão desconsideradas.

1. Admita que para todo ponto $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ temos que $y\dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y) - 4x\dfrac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 0$.
   Prove que f é constante sobre a elipse $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

2. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por:
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x|x|}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   (a) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial \overrightarrow{v}}(0, 0)$ onde $\overrightarrow{v} = (1, 1)$.
   (b) A função f é diferenciável no ponto $(0, 0)$?

3. Considere as funções $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definidas por
$$f(x, y, z) = (x + y^2, xy^2z + z) \qquad e \qquad g(s, t) = (s^2 + t, e^t, st)$$
   (a) Mostre que existe uma vizinhança U de $(1, 0)$ tal que a função $h = f \circ g$ admite inversa restrita a U.
   (b) Determine $Dh^{-1}(h(1, 0))$.

4. Seja $F(x, y, z) = g(x^2 + y^2 + z^2)$ onde g é uma função de classe C^1 com derivada não nula em $\mathbb{R}$.
   (a) Supondo que $g(1) = 0$, verifique que a equação $F(x, y, z) = 0$ define, uma função implícita $z = h(x, y)$, numa vizinhança do ponto $(0, 0, 1)$.
   (b) Determine o plano tangente ao gráfico de h que passa no ponto $(0, 0, h(0, 0))$.

5. Encontre o(s) ponto(s) sobre a superfície $xyz = 1$ mais próximo(s) da origem.